

# Analisi spettrale della variabilità atmosferica alle medie latitudini

Facoltà di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali  
Master di II livello in Calcolo Scientifico

Studente

Valeria Di Biagio  
Matricola 697836

Tutor accademico  
Prof. Bernardo Favini

Tutor aziendale  
Dr. Sandro Calmanti

Anno Accademico 2011-2012

Valeria Di Biagio. *Analisi spettrale della variabilità atmosferica alle medie latitudini.*  
© 2013

# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Analisi spettrale di Hayashi per le serie spazio-temporali</b>	<b>3</b>
1.1 Analisi di Fourier per le serie temporali . . . . .	3
1.2 Spettri di potenza di Hayashi per le serie spazio-temporali . . . . .	6
1.2.1 Scomposizione di una serie spazio-temporale in onde standing e viaggianti . . . . .	7
1.2.2 Partizione dello spettro di potenza temporale in componenti .	10
1.2.3 Procedura di calcolo . . . . .	11
1.3 Spettri di Hayashi per variabili atmosferiche . . . . .	12
1.4 Validazione del metodo su segnali di prova . . . . .	15
<b>2 Spettri di Hayashi per i dataset climatici: studio della variabilità atmosferica alle medie latitudini</b>	<b>21</b>
2.1 Altezza geopotenziale e moti atmosferici alle medie latitudini . . . . .	21
2.2 Analisi spettrale di Hayashi per l'altezza geopotenziale . . . . .	26
2.3 Il progetto CMIP5 . . . . .	26
2.4 Analisi dei dataset . . . . .	30
2.4.1 I dati di partenza . . . . .	30
2.4.2 La procedura generale . . . . .	30
2.4.3 Selezione della struttura dei dataset . . . . .	33
2.4.4 Calcolo degli spettri di Hayashi e delle variabili climatologiche	35
2.4.5 Confronto dei modelli . . . . .	40
<b>Conclusioni</b>	<b>45</b>
<b>A Bash script per le selezioni sui dataset climatici</b>	<b>47</b>
<b>B Script Matlab per il calcolo degli spettri di Hayashi e delle variabili climatologiche</b>	<b>49</b>
<b>C Script Matlab per il confronto dei modelli</b>	<b>57</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>63</b>

# Introduzione

Il lavoro qui presentato prevede di applicare l'analisi spettrale allo studio della variabilità atmosferica alle medie latitudini riprodotta da simulazioni climatiche.

Nel corso degli ultimi anni molti progressi sono stati fatti nello studio del clima terrestre e dei suoi cambiamenti. L'uso intensivo di computer sempre più potenti per la modellizzazione meteorologica e climatologica e il miglioramento delle tecniche di osservazione con mezzi diversi (aerei di rilevazione, palloni sonda, lidar, radar, radiometri su satelliti meteorologici), uniti a uno sviluppo interdisciplinare di conoscenze fisiche, chimiche e biologiche dei fenomeni del sistema terrestre, hanno portato a una maggiore comprensione dei processi globali climatici e alla formulazione di previsioni sui loro mutamenti futuri. A partire dalla prima comparsa negli anni '50, le simulazioni numeriche del clima sono state via via perfezionate fino a produrre modelli globali accoppiati atmosfera-oceano, con il contributo di modelli di suolo terrestre e di ghiaccio polare. Tuttavia, l'estrema complessità del sistema terrestre riprodotto fa sì che ciascun modello esibisca dei propri punti di forza e di debolezza nella descrizione dei cambiamenti climatici osservati nel passato e nel presente. Diverse metriche possono essere utilizzate per valutare la capacità dei modelli di descrivere i fenomeni climatici. Inoltre, fissata una metrica, si ha che una media su un insieme di modelli di circolazione globale fornisce in generale una simulazione climatica migliore rispetto a ciascun modello preso singolarmente, pertanto l'approccio multi modello è largamente utilizzato.

La necessità di unire i vari contributi scientifici allo studio del problema climatico aveva del resto portato, già nel 1988, alla fondazione dell' Intergovernmental Panel on Climate Change (IPCC), organizzazione mondiale addetta alla valutazione del cambiamento climatico globale e dei suoi potenziali impatti ambientali e socio-economici. Attualmente il progetto CMIP5 (5° Phase of the Climate Model Intercomparison Project), che prevede la realizzazione di esperimenti di simulazioni climatiche del clima presente e futuro, si propone di investigare alcune questioni scientifiche sorte durante la preparazione del Fourth Assessment Report (AR4) dell'IPCC e di dare un significativo contributo alla stesura del Fifth Assessment Report (AR5), previsto per la fine del 2013.

Lo scopo di questo lavoro è di stimare le performance dei modelli climatici appartenenti al progetto CMIP5 nel riprodurre la variabilità atmosferica invernale alle medie latitudini dell'emisfero Nord dal 1962 al 2000, confrontando i risultati dei modelli con quelli della reanalisi NCEP-NCAR (National Center for Environmental Prediction-National Center for Atmospheric Research), che fornisce i dati osservati nell'intervallo di tempo selezionato. La metrica utilizzata in questo studio permette di valutare la capacità dei modelli di descrivere alcuni fenomeni fisici noti alle medie latitudini, dove la variabile scelta per descrivere le caratteristiche della circolazione

è il geopotenziale. Grazie alla distribuzione del geopotenziale, infatti, è possibile capire la dinamica e le proprietà termodinamiche di base delle masse d'aria che si spostano alle latitudini considerate.

In particolare, l'analisi spettrale viene utilizzata per avere una stima quantitativa del contenuto in potenza dei fenomeni atmosferici descritti. Il segnale, dato dalla distribuzione del geopotenziale nello spazio e nel tempo, è analizzato nel dominio delle frequenze e dei numeri d'onda, seguendo l'approccio di Hayashi, che prevede la scomposizione in componenti viaggianti e standing. Gli spettri di potenza ottenuti per le varie componenti riportano un contributo all'energia totale diverso per i vari fenomeni, associati alle diverse scale.

Lo studio del problema a livello spettrale costituisce gran parte del lavoro da me svolto e prevede innanzitutto la caratterizzazione del metodo generale di Hayashi, che si inserisce all'interno delle tecniche di analisi di Fourier dei segnali, a prescindere dall'applicazione della procedura a problemi specifici. La tecnica illustrata viene successivamente inserita in un approccio più in linea con l'applicazione ai dati atmosferici (versione del metodo modificato da Pratt e Fraedrich) e validata su alcuni segnali di prova in una prima simulazione Matlab (cap. 1). Nel cap. 2 viene poi introdotto il problema della variabilità atmosferica alle medie latitudini e applicato il metodo di Hayashi (nella versione rivisitata) agli output dei modelli CMIP5 e della reanalisi NCEP-NCAR. Le caratteristiche degli output dei dataset vengono selezionate utilizzando i comandi del software CDO (Climate Data Operators), da me inseriti nel bash script *select.sh*, mentre gli spettri di varianza vengono calcolati nella simulazione Matlab che ho messo a punto con il nome *CMIP5Hayashi.m* (script riportati per intero in appendice). Infine, una valutazione complessiva sui dataset CMIP5 viene effettuata mediando i risultati sull'insieme dei modelli (script *ensemble.m*).

# Capitolo 1

## Analisi spettrale di Hayashi per le serie spazio-temporali

### 1.1 Analisi di Fourier per le serie temporali

Una serie temporale (o storica) si definisce come un insieme di variabili casuali ordinate rispetto al tempo ed esprime la dinamica temporale di un certo fenomeno. L'analisi di Fourier applicata a una serie temporale  $\alpha(t)$  è una tecnica che consente di studiare il segnale  $\alpha$  nel dominio delle frequenze, grazie alla decomposizione della funzione temporale stessa in un numero infinito di armoniche (onde fondamentali), in cui l'ampiezza di ciascuna armonica rappresenta il peso che essa ha nel segnale originario. La decomposizione in armoniche è espressa dalla funzione antitrasformata di Fourier, definita come

$$\alpha(t) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} A(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (1.1)$$

laddove la relazione inversa, la trasformata di Fourier, è definita come

$$A(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(t) e^{-i\omega t} dt \quad (1.2)$$

con  $i$  l'unità immaginaria,  $\omega$  frequenza angolare dell'armonica (rad/s), dati  $\omega = 2\pi/T$  e  $T$  periodo dell'armonica in secondi. La trasformata  $A(\omega)$  è in generale rappresentata da un numero complesso e, come sarà mostrato in questo paragrafo, è collegata alla densità spettrale di potenza, ovvero al contributo alla potenza totale del segnale attribuibile alla frequenza  $\omega$ .

L'analisi nel dominio delle frequenze viene condotta per evidenziare alcune proprietà non immediatamente riconoscibili nella rappresentazione temporale di un segnale. Ad esempio, uno spettro piatto, continuo e regolare nel dominio delle frequenze può essere ricondotto a una componente di rumore nel segnale temporale, così come un numero ristretto di picchi di ampiezza notevolmente maggiore dei picchi spettrali successivi nel dominio delle frequenze può permettere di ricostruire un andamento periodico o quasi periodico nel dominio del tempo. È opportuno precisare che la trattazione dell'analisi di Fourier dei segnali temporali può essere applicata direttamente anche ai segnali  $\alpha(x)$  nello spazio monodimensionale, a patto

di sostituire la frequenza  $\omega$  con la variabile coniugata dello spazio  $x$ , il numero d'onda  $k = 2\pi/L$ , dove  $L$  è la lunghezza d'onda associata al segnale spaziale.

Considerando dunque il segnale originario di riferimento  $\alpha(t)$ , è innanzitutto possibile definire la sua funzione di autocorrelazione  $R_\alpha(\tau)$  come:

$$R_\alpha(\tau) = \overline{\alpha'(t) \alpha'(t + \tau)} \quad (1.3)$$

dove  $\alpha'$  è la fluttuazione di  $\alpha$  attorno al proprio valor medio e l'operatore barra ( $\bar{\phantom{x}}$ ) è la media temporale. Se  $\alpha$  è un processo stocastico stazionario<sup>1</sup>,  $R_\alpha(\tau)$  dipende solo dal tempo di ritardo  $\tau$  e la funzione di autocorrelazione descrive quanto la variabile  $\alpha$  resta correlata con se stessa al variare del tempo. Seguendo la tecnica di Fourier,  $R_\alpha(\tau)$  può essere decomposta nella somma di infinite armoniche di frequenza  $\omega$  secondo l'antitrasformata:

$$R_\alpha(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} S_\alpha(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (1.4)$$

in cui  $S_\alpha(\omega)$  è il peso della singola armonica nel processo. La trasformata di Fourier della funzione di autocorrelazione  $R_\alpha(\tau)$  è data invece da:

$$S_\alpha(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_\alpha(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (1.5)$$

A causa della stazionarietà del segnale, si ha che la funzione  $R_\alpha(\tau)$  è pari, ovvero  $R_\alpha(\tau) = R_\alpha(-\tau)$ , e quindi si può più comodamente definire  $S_\alpha(\omega)$  come:

$$S_\alpha(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} R_\alpha(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \quad (1.6)$$

Anche la funzione  $S_\alpha(\omega)$  è pari, quindi la funzione di autocorrelazione si può riscrivere

$$R_\alpha(\tau) = \int_0^{+\infty} S_\alpha(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \quad (1.7)$$

Considerando che la varianza del segnale  $\sigma_\alpha^2$  è equivalente alla funzione di autocorrelazione con tempo di ritardo nullo, dall'equazione precedente si ricava:

$$\sigma_\alpha^2 = R_\alpha(0) = \int_0^{+\infty} S_\alpha(\omega) d\omega \quad (1.8)$$

La definizione 1.5 della quantità  $S_\alpha(\omega)$  può essere basata anche direttamente sul segnale  $\alpha$ . Infatti, per il teorema della correlazione e il teorema di Wiener-Khinchin, si ha che la trasformata di Fourier di  $R_\alpha(\tau)$  è il prodotto della trasformata di Fourier di  $\alpha(t)$ , ovvero  $A(\omega)$ , per la sua complessa coniugata,  $A^*(\omega)$ :

$$S_\alpha(\omega) = A(\omega) \cdot A^*(\omega) = |A(\omega)|^2 \quad (1.9)$$

Il teorema di Parseval ci assicura, inoltre, che la potenza totale  $P_\alpha$  del segnale rimane la stessa sia che la si calcoli nel dominio delle frequenze che nel dominio del tempo. Pertanto si hanno le due espressioni per la potenza totale:

$$P_\alpha = \int_{-\infty}^{+\infty} |\alpha(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} |A(\omega)|^2 d\omega \quad (1.10)$$

---

<sup>1</sup>Una serie temporale  $\alpha(t)$  è detta stazionaria quando non ha trend o stagionalità e tende a oscillare intorno a un livello fisso, con le oscillazioni di ampiezza che non presentano, a loro volta, tendenza a crescere o a diminuire.

Nel caso del nostro processo, potenza e varianza  $\sigma_\alpha^2$  sono sinonimi e, tenendo conto che  $A(\omega)$  è una funzione pari, si ha

$$P_\alpha = \sigma_\alpha^2 = 2 \int_0^{+\infty} |A(\omega)|^2 d\omega \quad (1.11)$$

Dall'equazione precedente si vede che il contributo alla potenza totale del segnale attribuibile alle frequenze (positive) appartenenti all'intervallo spettrale  $[\omega - d\omega/2, \omega + d\omega/2]$  centrato sulla frequenza  $\omega$  è dato da

$$dP_\alpha(\omega) = 2|A(\omega)|^2 d\omega \quad (1.12)$$

quindi risulta chiaro in che senso la densità spettrale  $S_\alpha(\omega) = |A(\omega)|^2$  sia legata al peso che ha l'armonica di frequenza  $\omega$  nel segnale che si sta analizzando. La densità spettrale di potenza può essere considerata la misura dell'intensità della variazione della potenza del segnale in funzione della frequenza.

Considerando a questo punto due serie temporali differenti  $\alpha(t)$  e  $\beta(t)$ , si può definire la loro cross-correlazione come

$$R_{\alpha\beta}(\tau) = \overline{\alpha'(t) \beta'(t + \tau)} \quad (1.13)$$

che, nel caso in cui i due processi siano stazionari, è funzione solo del tempo di ritardo  $\tau$ . Applicando la trasformata di Fourier alla cross-correlazione e verificando che  $R_{\alpha\beta}$  non è una funzione pari, si ha che il cross-spettro dei due segnali è definito come

$$\Psi_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\alpha\beta}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = K_{\alpha\beta}(\omega) - iQ_{\alpha\beta}(\omega) \quad (1.14)$$

Il cross-spettro di due processi è una misura di somiglianza tra le rispettive densità spettrali di potenza e, fissata una frequenza  $\omega$ , in generale è un numero complesso. La parte reale  $K_{\alpha\beta}$  del cross-spettro, detta cospettro, è data da

$$K_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\alpha\beta}(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \quad (1.15)$$

(componente in fase per la data frequenza  $\omega$ ), mentre quella immaginaria, detta di quadratura, è data da

$$Q_{\alpha\beta}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R_{\alpha\beta}(\tau) \sin(\omega\tau) d\tau \quad (1.16)$$

(componente di sfasamento di  $\pm\pi/2$  alla data  $\omega$ ).

Il cross-spettro  $\Psi_{\alpha\beta}(\omega)$  può essere espresso anche nella forma, complementare alla precedente,

$$\Psi_{\alpha\beta}(\omega) = |\Psi_{\alpha\beta}| e^{-i\Theta(\omega)} \quad (1.17)$$

dove lo spettro di ampiezza e lo spettro di fase del cross-spettro sono dati da

$$|\Psi_{\alpha\beta}(\omega)| = \left\{ [K_{\alpha\beta}(\omega)]^2 + [Q_{\alpha\beta}(\omega)]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (1.18)$$

$$\Theta(\omega) = \tan^{-1} \frac{Q_{\alpha\beta}(\omega)}{K_{\alpha\beta}(\omega)} \quad (1.19)$$

Lo spettro di ampiezza 1.18 è una misura della somiglianza della grandezza delle componenti in frequenza dei due segnali, mentre lo spettro di fase 1.19 esprime la loro differenza di fase, in anticipo o in ritardo. Se i segnali  $\alpha$  e  $\beta$  sono scorrelati, non ci si aspetta una particolare relazione di fase relativa per alcuna frequenza e la fase relativa sarà una variabile casuale a media nulla e distribuita uniformemente nell'intervallo  $[-\pi/2, +\pi/2]$ . Quando c'è una correlazione tra i due segnali, la relazione di fase relativa mostrerà invece un angolo di fase privilegiato, riferito alla data frequenza.

Normalizzando opportunamente lo spettro di ampiezza, si può ottenere una nuova quantità, chiamata coerenza, il cui quadrato è definito come

$$[coh(\omega)]^2 = \frac{[K_{\alpha\beta}(\omega)]^2 + [Q_{\alpha\beta}(\omega)]^2}{P_\alpha(\omega)P_\beta(\omega)} \quad (1.20)$$

La normalizzazione adottata ha l'effetto di compensare valori grandi nello spettro di ampiezza derivanti solamente da un valore elevato della potenza e, pertanto, isola l'influenza dell'accoppiamento dei segnali. Se questi sono identici, i loro spettri di potenza saranno uguali tra loro e al cross-spettro, quindi la coerenza sarà pari a 1 per tutte le frequenze. Se i due processi sono completamente indipendenti, il cross-spettro sarà nullo a tutte le frequenze e quindi anche la coerenza sarà nulla. Tra questi due estremi troviamo un range di possibili relazioni tra i due segnali, che possono essere valutate dalla funzione di coerenza  $coh(\omega)$ .

Infine, si può verificare che la covarianza tra i segnali  $\alpha$  e  $\beta$  è data dall'integrale del cospettro:

$$Cov(\alpha, \beta) = R_{\alpha\beta}(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} K_{\alpha\beta}(\omega) d\omega \quad (1.21)$$

## 1.2 Spettri di potenza di Hayashi per le serie spazio-temporali

Nella sezione precedente sono state ricavate le caratteristiche principali degli spettri di potenza, o varianza, delle serie temporali  $\alpha(t)$ . Come già accennato, la stessa trattazione può essere applicata a segnali del tipo  $\alpha(x)$ , con  $x$  coordinata spaziale monodimensionale.

Tuttavia, le quantità spettrali introdotte precedentemente possono anche essere estese al caso più generale di spettri di serie spazio-temporali  $w(x, t)$ , in cui il segnale dipende contemporaneamente da  $x$  e  $t$ . Gli spettri di potenza risultanti saranno funzioni nello spazio delle frequenze  $\omega$  e dei numeri d'onda  $k$ .

Seguendo la trattazione di Y.Hayashi [1], per una serie  $w$  periodica in  $x$  ed estesa infinitamente nel tempo  $t$ , tali spettri possono essere inoltre suddivisi in parti associate a componenti diverse del segnale  $w$ , che può essere considerato una somma di componenti progressive, regressive e media zonale (media su  $x$ ), oppure una somma di componenti standing e viaggianti. I passaggi fondamentali della procedura di calcolo degli spettri di Hayashi e della loro scomposizione in parti viaggianti e standing sono riportati nei paragrafi seguenti.

### 1.2.1 Scomposizione di una serie spazio-temporale in onde standing e viaggianti

Innanzitutto è opportuno chiarire le caratteristiche principali delle onde standing e delle onde viaggianti come funzioni dello spazio e del tempo in cui è possibile scomporre il segnale di partenza.

Le onde standing  $w^s$  sono definite come onde transienti con nodi e antinodi fissi nello spazio <sup>2</sup>. Se sono associate con una modulazione temporale in ampiezza e fase, prendono la forma data da:

$$w^s(x, t) = A_k(t) \cos[kx + \phi_k] \cos[\omega t + \psi_k(t)] , \quad (1.22)$$

$$= 2 \sum_{\Delta\omega} A_{k,\omega} \cos(kx + \phi_k) \cos(\omega t + \psi_{k,\omega}) \quad (1.23)$$

dove la fase spaziale  $\phi_k$  è costante con il tempo e la frequenza, mentre l'ampiezza  $A_k(t)$  e la fase temporale  $\psi_k(t)$  variano lentamente nel tempo. La banda di frequenze  $\Delta\omega$  su cui è fatta la somma è quindi tale che  $\Delta\omega \ll \omega$ . Tali onde possono essere decomposte in componenti progressive e regressive con stessa ampiezza e frequenza:

$$w^s(x, t) = \sum_{\Delta\omega} A_{k,\omega} \cos(kx + \omega t + \phi_k + \psi_{k,\omega}) + \sum_{\Delta\omega} A_{k,\omega} \cos(-kx + \omega t - \phi_k + \psi_{k,\omega}) . \quad (1.24)$$

Si può dimostrare [2] che la coerenza temporale quadra tra le componenti progressive e regressive su questa banda di frequenze si riduce a

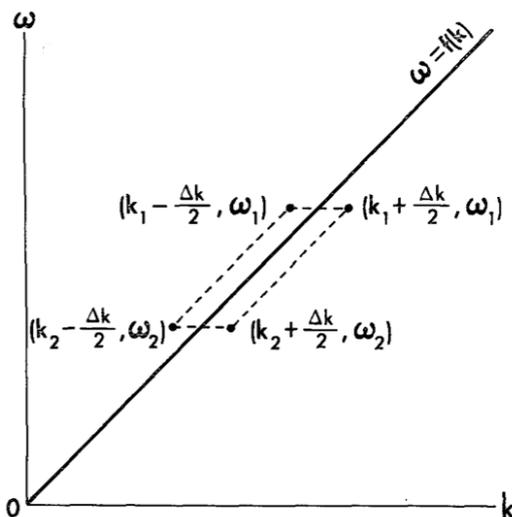
$$coh_{\omega}^2(w^s) = \frac{[\sum_{\Delta\omega} A_{k,\omega}^2 \cos(2\phi_k)]^2 + [\sum_{\Delta\omega} A_{k,\omega}^2 \sin(2\phi_k)]^2}{(\sum_{\Delta\omega} A_{k,\omega}^2)^2} . \quad (1.25)$$

Questa coerenza è pari a 1.0 dato che la fase spaziale  $\phi_k$  non dipende dalle frequenze. D'altra parte, se non c'è un motivo fisico per richiedere nodi e antinodi fissi nello spazio, la fase spaziale  $\phi_k$  varierà in modo casuale con il tempo nella (1.22) e con la frequenza in (1.23), quindi la coerenza temporale quadra sarà vicina a zero, se la serie temporale è sufficientemente lunga. In generale, le onde standing consisteranno di numeri d'onda multipli, oltre che di frequenze multiple.

Le onde viaggianti  $w^v$  sono invece definite come onde progressive e regressive, incoerenti le une con le altre. In generale, le onde viaggianti in un mezzo possono essere considerate pacchetti d'onda in moto costituiti da coppie numero d'onda-frequenza  $(k_1, \omega_1)$  e  $(k_2, \omega_2)$  che cadono su una curva di dispersione. Se la sorgente di energia (potenza) o il mezzo non sono spazialmente uniformi, ogni coppia è inoltre associata a un allargamento ( $\Delta k$ ) nel numero d'onda indipendente dalla frequenza, come riportato in fig. 1.1. Le onde viaggianti assumono quindi la forma

$$w_{k_1, \omega_1}^v(x, t) + w_{k_2, \omega_2}^v(x, t) = 4 \cos\left(\frac{\Delta k}{2} x\right) \times \cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2} x + \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{k_1 + k_2}{2} x + \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \quad (1.26)$$

<sup>2</sup>Il termine *standing* può essere tradotto come *stazionario* e in effetti tali onde sono note in altri contesti come onde stazionarie. In questo lavoro, tuttavia, le onde chiamate *stazionarie* saranno nel capitolo 2 associate a un discostamento dalla media zonale del campo di velocità mediato nel tempo, da cui la scelta di non tradurre qui il termine *standing* per evitare fraintendimenti.



**Figura 1.1.** Rappresentazione delle coppie numero d'onda-frequenza (punti) in un mezzo non uniforme spazialmente. La retta corrisponde alla curva di dispersione nel caso di mezzo uniforme. La non uniformità spaziale porta all'allargamento  $\Delta k$  del numero d'onda e al discostamento dalla retta (fig. tratta da [1]).

La funzione di involuppo di questi pacchetti d'onda è data da

$$E(x, t) = 4 \cos\left(\frac{\Delta k}{2} x\right) \cos\left(\frac{k_1 - k_2}{2} x + \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \quad (1.27)$$

e la velocità di gruppo è data da

$$C_g = -\frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} \quad (1.28)$$

Lo spettro di potenza temporale varia nello spazio come:

$$P_s(w_{k_1, \omega_1}^v, w_{k_2, \omega_2}^v) = 4 \cos^2\left(\frac{\Delta k}{2} x\right), \quad \text{per } C_g \neq 0 \quad (1.29)$$

Pertanto, lo spettro di potenza temporale può essere interpretato come una sorta di involuppo dell'involuppo  $E(x, t)$  per un tempo fissato, a patto che  $\Delta k \ll |k_1 - k_2| \ll |k_1 + k_2|$ . La condizione precedente sui  $k$  non è ben soddisfatta da processi riferiti a numeri d'onda discreti piccoli, e in questo caso lo spettro di potenza temporale è interpretato semplicemente come l'ampiezza temporale quadra dell'oscillazione causata dalle onde viaggianti.

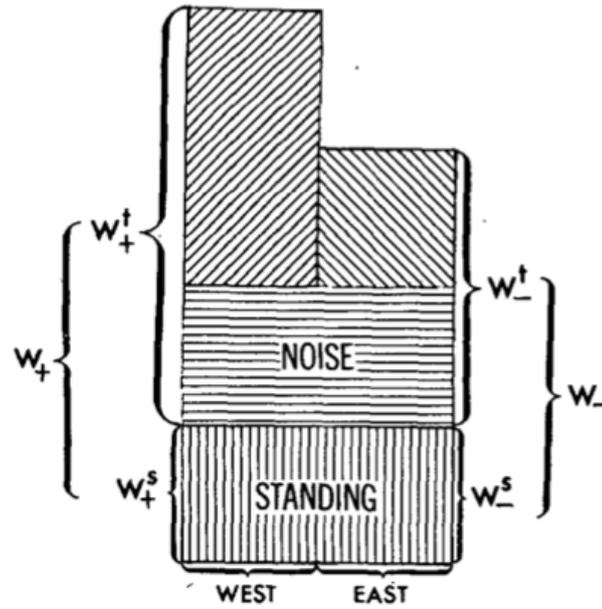
A questo punto, è possibile definire la scomposizione delle serie spazio-temporali  $w(x, t)$ . Seguendo la formulazione di Hayashi, si assume che:

1. la serie spazio-temporale  $w$  su un intervallo di numeri d'onda e frequenze possa essere suddivisa in componenti standing  $w^s$  e viaggianti  $w^v$ :

$$w(x, t) = w^s(x, t) + w^v(x, t) \quad (1.30)$$

con le due componenti incoerenti tra loro:

$$\text{coh}_f(w^s, w^v) = 0 \quad (1.31)$$



**Figura 1.2.** Rappresentazione schematica delle componenti standing  $w_{\pm}^s$  e viaggianti  $w_{\pm}^t$  definite da Hayashi in [1]. Nella notazione qui adottata si ha  $w^t \equiv w^v$ .

L'ultima relazione è effettivamente valida se queste componenti sono causate da fenomeni diversi.

2. La parte standing  $w^s$  sia definita a sua volta come somma di componenti progressive e regressive

$$w^s(x, t) = w_-^s(x, t) + w_+^s(x, t) \quad (1.32)$$

della stessa grandezza e coerenti tra loro

$$P_f(w_+^s) = P_f(w_-^s) \quad (1.33)$$

$$\text{coh}_f(w_+^s, w_-^s) = 1 \quad (1.34)$$

3. La parte viaggiante  $w^v$  sia definita come somma di componenti progressive e regressive

$$w^v(x, t) = w_-^v(x, t) + w_+^v(x, t) \quad (1.35)$$

(non necessariamente della stessa grandezza) incoerenti tra loro

$$\text{coh}_f(w_+^v, w_-^v) = 0 \quad (1.36)$$

È importante tenere presente che le componenti viaggianti possono essere dovute anche a rumore casuale, che contribuisce in egual misura alle componenti progressive e regressive, come schematizzato in fig.1.2.

### 1.2.2 Partizione dello spettro di potenza temporale in componenti

Assumendo che  $w(x, t)$  sia una serie temporale casuale stazionaria ciclica nella longitudine  $x$  e che si estenda all'infinito in  $t$ , la serie può anche essere decomposta in componenti progressive, regressive e di media zonale rispettivamente come:

$$w(x, t) = w_-(x, t) + w_+(x, t) + w_0(t) . \quad (1.37)$$

Le onde progressive e regressive corrispondono alle onde che si propagano verso est e verso ovest, da non confondere con le onde realmente viaggianti definite nel paragrafo precedente. Lo spettro di potenza temporale alla longitudine  $x$  delle onde che si propagano può essere diviso in parti progressive, regressive e di interferenza:

$$P_f(w_+ + w_-) = P_f(w_-) + P_f(w_+) + 2K_f(w_+ + w_-) . \quad (1.38)$$

dove quest'ultima è data da due volte il cospettro. Se si prende una media zonale dell'equazione precedente, la parte di interferenza scompare. Ricordando l'espressione 1.20 per la coerenza quadra, in cui si sostituiscono i segnali  $\alpha$  e  $\beta$  con le componenti  $w_+$  e  $w_-$ , si vede che il cospettro  $K_f$  può essere riscritto come

$$K_f(w_+, w_-) = P_f^{\frac{1}{2}}(w_+)P_f^{\frac{1}{2}}(w_-)coh_f(w_+, w_-)cos[\Theta_f(w_+, w_-)] \quad (1.39)$$

e che quindi il termine di interferenza nella scomposizione 1.38 scompare anche se la coerenza è zero o se la differenza di fase è pari a  $\pi/2$ , e che assume valori positivi (negativi) agli antinodi (nodi).

Lo spettro può anche essere decomposto considerando dapprima la distinzione tra onde standing e viaggianti; assumendo che le due componenti siano incoerenti tra loro si ha:

$$P_f(w^s + w^v) = P_f(w^s) + P_f(w^v) + 2K_f(w^s, w^v) = P_f(w^s) + P_f(w^v) . \quad (1.40)$$

Queste parti sono poi ulteriormente suddivise in parti progressive e regressive:

$$P_f(w^s) = P_f(w_+^s) + P_f(w_-^s) + 2K_f(w_+^s, w_-^s) \quad (1.41)$$

$$P_f(w^v) = P_f(w_+^v) + P_f(w_-^v) \quad (1.42)$$

Utilizzando le assunzioni fatte nella sezione precedente, si trova che la matrice dei cross-spettri tra componenti progressive e regressive può essere decomposta nelle parti standing e viaggianti rispettivamente come:

$$\begin{bmatrix} P_+ & R \\ R^* & P_- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |R| & R \\ R^* & |R| \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_+ - |R| & 0 \\ 0 & P_- - |R| \end{bmatrix} \quad (1.43)$$

con l'asterisco che indica il complesso coniugato. Gli elementi diagonali  $P_{\pm}$  indicano gli spettri di potenza  $P_f(w_{\pm})$ , mentre gli elementi fuori diagonale  $R$  e  $R^*$  il cross-spettro complesso  $R = K_f(w_+ + w_-) + iQ_f(w_+ + w_-)$ . Dal momento che la coerenza tra componenti progressive e regressive di onde standing è pari a 1, si ha che il determinante della matrice delle onde standing va a zero come:

$$P_f^{\frac{1}{2}}(w_+^s)P_f^{\frac{1}{2}}(w_-^s) - [K_f^2(w_+^s, w_-^s) + Q_f^2(w_+^s, w_-^s)]^{\frac{1}{2}} = 0 \quad (1.44)$$

e, poiché la coerenza tra onde progressive e regressive delle onde viaggianti è zero, gli elementi fuori diagonale della parte viaggiante scompaiono:

$$K_f^2(w_+, w_-) + Q_f^2(w_+, w_-) = 0 \quad (1.45)$$

Dalla (1.43) e dalle ultime due equazioni si ottiene pertanto:

$$P_f(w_\pm^s) = [K_f^2(w_+, w_-) + Q_f^2(w_+, w_-)]^{\frac{1}{2}} \quad (1.46)$$

$$= P_f^{\frac{1}{2}}(w_+)P_f^{\frac{1}{2}}(w_-)coh_f(w_+, w_-) \quad (1.47)$$

$$P_f(w_\pm^v) = P_f(w_\pm) - P_f(w_\pm^s) \quad (1.48)$$

$$= P_f(w_\pm) - P_f^{\frac{1}{2}}(w_+)P_f^{\frac{1}{2}}(w_-)coh_f(w_+, w_-) \quad (1.49)$$

Di conseguenza, le formule per calcolare le parti viaggianti e standing dello spettro sono date da:

$$P_f(w^v) = P_f(w_+^v) + P_f(w_-^v) \quad (1.50)$$

$$= [P_f^{\frac{1}{2}}(w_+) - P_f^{\frac{1}{2}}(w_-)]^2 + 2P_f^{\frac{1}{2}}(w_+)P_f^{\frac{1}{2}}(w_-)[1 - coh_f(w_+, w_-)] \quad (1.51)$$

$$P_f(w^s) = P_f(w_+ + w_-) - P_f(w^v) \quad (1.52)$$

$$= 2P_f^{\frac{1}{2}}(w_+)P_f^{\frac{1}{2}}(w_-)coh_f(w_+, w_-)\{1 + \cos[\Theta_f(w_+, w_-)]\} \quad (1.53)$$

Si noti come la parte viaggiante vada a zero quando le componenti progressive e regressive hanno la stessa grandezza e sono coerenti. Inoltre, sia la parte viaggiante che quella standing sono non-negative, mentre in generale le componenti progressive e regressive della parte viaggiante non sono sempre non-negative.

### 1.2.3 Procedura di calcolo

Dalle espressioni (1.51 - 1.53) per gli spettri di potenza  $P_f(w^v)$  e  $P_f(w^s)$  delle componenti viaggianti e standing, si può notare che in ultima analisi è necessario calcolare le quantità  $P_f(w_\pm)$ ,  $K_f(w_+, w_-)$ , e  $Q_f(w_+, w_-)$ , da cui è possibile ricavare la coerenza  $coh_f(w_+, w_-)$  e la fase  $\Theta_f(w_+, w_-)$  e quindi calcolare gli spettri.

Come indicato in [1], non è tuttavia necessario derivare esplicitamente la decomposizione di  $w$  in  $w_+$  e  $w_-$ , ma è possibile sfruttare le seguenti relazioni:

$$P_f(w_\pm) = \frac{1}{4}[P_f(C_k) + P_f(S_k) \pm 2Q_f(C_k, S_k)] \quad (1.54)$$

$$K_f(w_+, w_-) = \frac{1}{4}[P_f(C_k) - P_f(S_k)] \quad (1.55)$$

$$Q_f(w_+, w_-) = \frac{1}{2}[K_f(C_k, S_k)] \quad (1.56)$$

in cui

$$w(x, t) = w_0(x, t) + \sum_{k=1}^{\infty} C_k(t) \cos kx + S_k(t) \sin kx \quad (1.57)$$

con  $w_0$  media zonale. Per partizionare lo spettro di potenza temporale in componenti standing e viaggianti occorre quindi seguire la procedura qui riassunta:

1. determinare i coefficienti coseno e seno zonali  $C_k$  e  $S_k$  definiti dall'equazione 1.57;
2. calcolare gli spettri e i cross-spettri di  $C_k$  e  $S_k$ , ad esempio con il metodo della trasformata di Fourier diretta;
3. calcolare spettri e cross spettri tra componenti progressive e regressive utilizzando le formule 1.54 -1.56 e 1.19-1.20.
4. ricavare le espressioni degli spettri di potenza per le componenti viaggiante e standing utilizzando le relazioni 1.51 e 1.53.

### 1.3 Spettri di Hayashi per variabili atmosferiche

A partire da R.W.Pratt, molti autori hanno reinterpretato e modificato le quantità spettrali ricavate da Hayashi in modo da renderle immediatamente utilizzabili nello studio dei fenomeni atmosferici [3], [4], [5]. Essendo il presente lavoro finalizzato all'analisi della variabilità atmosferica alle medie latitudini, è importante a questo punto anticipare alcuni aspetti caratteristici dell'applicazione del metodo alle variabili di cui si parlerà diffusamente nel capitolo successivo (sezione 2.1).

Le precisazioni da fare riguardo alla procedura finora illustrata si riferiscono all'equazione fondamentale 1.54 per gli spettri di Hayashi delle onde che si propagano verso ovest e verso est, che può essere qui riscritta evidenziando il segno della frequenza  $\omega$  :

$$P(k, \pm\omega) = \frac{1}{4}[P_\omega(C_k) + P_\omega(S_k) \pm 2Q_\omega(C_k, S_k)] \quad (1.58)$$

Seguendo la trattazione di Hayashi, la componente standing è individuata dal caso  $P(k, +\omega) = P(k, -\omega)$ , dove la condizione necessaria è che la coerenza tra  $C_k$  e  $S_k$  sia pari a 1. In realtà, applicando questo metodo ai fenomeni atmosferici alle medie latitudini, riferiti al geopotenziale al livello di pressione di 500 hPa, la coerenza tra  $C_k$  e  $S_k$  assume valori come quelli riportati nella tabella in 1.3 (tratta da [3]). In particolare, la coerenza assume valori molto minori di 1 proprio sulla scala planetaria, ovvero nella regione a bassa frequenza e basso numero d'onda, in cui effettivamente si osservano le onde standing come strutture risonanti che interagiscono con l'orografia (v. sezione 2.4.2). Si ha quindi un evidente problema interpretativo legato all'individuazione delle onde standing e più in generale alla separazione tra questo tipo di onde e quelle viaggianti.

Il problema della bassa coerenza è legato al fatto che l'espressione 1.58 in effetti non è riferita nel caso generale a frequenze discrete, per le quali la definizione  $P(k, +\omega) = P(k, -\omega)$  di onda standing rimane valida, ma a bande di frequenza centrate in  $\omega$ , nel senso che per calcolare le quantità spettrali  $P_\omega(C_k)$ ,  $P_\omega(S_k)$  e  $Q_\omega(C_k, S_k)$  si considerano tipicamente grandezze medie giornaliere, cioè bande spettrali di ampiezza non nulla. Ciò fa sì che i contributi a  $P(k, +\tilde{\omega})$  e  $P(k, -\tilde{\omega})$ , dove  $\tilde{\omega}$  è la frequenza media sulla banda, possano provenire sia da combinazioni di onde realmente standing che da altre di onde viaggianti verso ovest e verso est.

Fre- quency (cycles day <sup>-1</sup> )	Zonal wavenumber							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0.00	0.09	0.09	0.00	0.12	0.04	0.26	0.04	0.07
0.05	0.15	0.17	0.01	0.14	0.14	0.31	0.11	0.16
0.10	0.15	0.22	0.00	0.35	0.44	0.50	0.37	0.32
0.15	0.11	0.04	0.01	0.23	0.65	0.78	0.68	0.50
0.20	0.04	0.08	0.03	0.45	0.65	0.86	0.84	0.66
0.25	0.04	0.12	0.05	0.14	0.67	0.78	0.85	0.85
0.30	0.16	0.16	0.16	0.72	0.56	0.70	0.84	0.89
0.35	0.00	0.04	0.12	0.21	0.76	0.67	0.84	0.87

**Figura 1.3.** Coerenza quadra tra  $C_k(t)$  e  $S_k(t)$  per il geopotenziale a 500 hPa a 50°N, per il periodo tra Novembre 1964 e Aprile 1965, calcolata dalle analisi operative NMC (National Meteorological Centre, USA), [3].

Infatti, per due onde standing presenti alle frequenze di riferimento  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , scelte per semplicità in modo che  $\omega_1 - \omega_2 = 1$ :

$$w_1^s(\lambda, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} A_1 [\cos(k\lambda + \omega_1 t) + \cos(k\lambda - \omega_1 t)] \quad (1.59)$$

$$w_2^s(\lambda, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} A_2 [\cos(k\lambda + \omega_2 t) + \cos(k\lambda - \omega_2 t)] \quad (1.60)$$

si trova [3] per la banda di frequenza centrata in  $\tilde{\omega} = 1/2(\omega_1 + \omega_2)$ :

$$\tilde{P}(k, \pm\tilde{\omega}) = \frac{1}{4} [\tilde{P}_\omega(C_k) + \tilde{P}_\omega(S_k) \pm 2\tilde{Q}_\omega(C_k, S_k)] = \frac{1}{8} (A_1^2 + A_2^2) \quad (1.61)$$

e si verifica che  $\tilde{P}(k, +\tilde{\omega}) = \tilde{P}(k, -\tilde{\omega})$ . Per due onde viaggianti, rispettivamente verso ovest e verso est,

$$w_1^v(\lambda, t) = A_1 \cos(k\lambda + \omega_1 t) \quad (1.62)$$

$$w_2^v(\lambda, t) = A_2 \cos(k\lambda - \omega_2 t) \quad (1.63)$$

si ottiene

$$\tilde{P}(k, \pm\tilde{\omega}) = \frac{1}{8} (A_1^2 + A_2^2) \pm \frac{1}{8} (A_1^2 - A_2^2) \quad (1.64)$$

che nel caso  $A_1 = A_2$  coincide con il valore dell'espressione 1.61 ottenuta per le onde standing. Le quantità  $\tilde{P}(k, +\tilde{\omega})$  e  $\tilde{P}(k, -\tilde{\omega})$  non possono quindi essere interpretate in generale come componenti di onde che si propagano verso est e verso ovest che portano a un'onda standing, come invece assume Hayashi, ed è necessario introdurre altre definizioni di varianza standing e varianza viaggiante, non soggette a questo tipo di ambiguità. Inoltre, il valore di coerenza quadra nel caso di onde viaggianti è

$$coh^2(C_k, S_k) = \frac{\tilde{K}^2(C_k, S_k) + \tilde{Q}^2(C_k, S_k)}{\tilde{P}(C_k)\tilde{P}(S_k)} = \left( \frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2 + A_2^2} \right)^2 \quad (1.65)$$

che si riduce a zero se  $A_1 = A_2$ , mentre la coerenza nel caso di onde standing è pari a 1. Dato che la situazione più generale può consistere in una combinazione dei due casi, un'attività di onde standing si può avere anche se il valore della coerenza è

minore di 1, ovvero anche per i valori di bassa coerenza di  $C_k(t)$  e  $S_k(t)$  riscontrati nelle regioni a bassa frequenza e a basso numero d'onda.

Pratt suggerisce allora delle definizioni differenti per la decomposizione degli spettri. Innanzitutto, si può notare che la differenza tra gli spettri di varianza verso est e verso ovest dati da 1.58 a una data frequenza  $\omega$  è pari allo spettro di quadratura  $Q_\omega(C_k, S_k)$ . Poiché per un'onda puramente viaggiante

$$w^v(x, t) = A_V \cos(k\lambda \pm \omega t + \alpha) \quad (1.66)$$

si ottiene un contributo nullo al cospettro  $K_\omega(C_k, S_k)$  e uno spettro di quadratura dato da  $Q_\omega(C_k, S_k) = \pm A_V^2/2$ , è possibile definire la varianza corrispondente alle onde realmente viaggianti come

$$P_V^{Pratt}(k, \omega) \equiv |Q_\omega(C_k, S_k)| \quad (1.67)$$

dove la direzione di propagazione può essere dedotta dal segno di  $Q_\omega(C_k, S_k)$ . Un'onda standing del tipo

$$w^s(x, t) = A_S \cos(k\lambda + \Phi) \cos(\omega t) \quad (1.68)$$

non dà invece alcun contributo allo spettro di quadratura  $Q_\omega(C_k, S_k)$ , ma solo al cospettro  $K_\omega(C_k, S_k)$ , in modo dipendente dalla fase longitudinale  $\Phi$  dell'oscillazione. Comunque, la quantità

$$\{K_\omega^2(C_k, S_k) + \frac{1}{4}[P_\omega(C_k) - P_\omega(S_k)]^2\}^{\frac{1}{2}} \equiv P_S^{Pratt}(k, \omega) \quad (1.69)$$

è indipendente dalla fase e può essere considerata lo spettro di potenza standing, ovvero una misura dell'attività di questo tipo di onde.

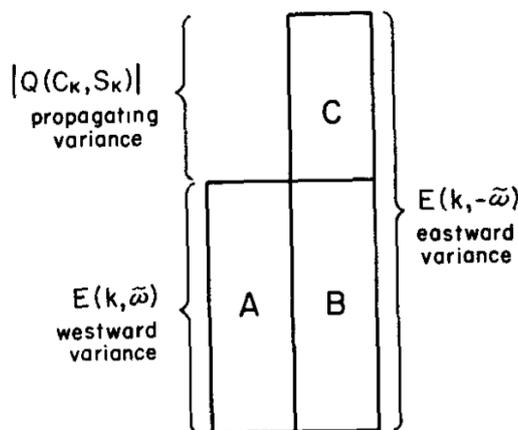
Considerando ora il caso generale (spettro continuo di frequenze), Pratt suggerisce di definire le componenti dello spettro standing e viaggiante alla luce del grafico in fig. 1.4, in cui sono rappresentate le porzioni di varianza alla frequenza media verso est e verso ovest, che però qui hanno un significato diverso rispetto al caso di Hayashi. Infatti, come notato a proposito delle eq. 1.61 e 1.64, le onde viaggianti possono anche contribuire alla stima della parte standing (definita da Hayashi) di frequenza media, ovvero è come se una sorta di "interferenza" tra onde standing e viaggianti fosse già compresa nella definizione del totale. Lo spettro totale può essere allora interpretato come la somma delle componenti medie verso est e verso ovest ( $A + B + C$  nel grafico):

$$P_{TOT}^{Pratt}(k, \omega) = \frac{1}{2}[P_\omega(C_k) + P_\omega(S_k)] \quad (1.70)$$

La componente  $C$  in figura, ovvero la differenza tra lo spettro delle onde verso est e verso ovest, viene attribuita a fluttuazioni che realmente viaggiano verso est (definizione 1.67 di  $P_V^{Pratt}$ ). La quantità  $P_S$  definita dall' eq. 1.69 definisce quindi quale parte dello spettro  $A+B$  sia associata ai moti effettivamente standing. In generale, si avrà comunque che  $P_S \neq A + B$ .

Alternativamente, alla maniera di Fraedrich e altri autori ([4], [5]), si può anche seguire la definizione  $P_S = (A + B)$ , ovvero parte standing data dalla differenza esatta tra lo spettro totale e la parte viaggiante:

$$P_S^{Fraed}(k, \omega) = P_{TOT}(k, \omega) - |Q(C_k, S_k)| \quad (1.71)$$



**Figura 1.4.** Rappresentazione schematica di Pratt per le componenti dello spettro di varianza verso est e verso ovest in corrispondenza di una frequenza  $\tilde{\omega}$  media (fig. tratta da [3]). La grandezza  $E(k, \tilde{\omega})$  corrisponde nella notazione qui adottata a  $P(k, \tilde{\omega})$ .

dove è importante tenere presente che, a differenza del caso di Pratt, questa quantità non presenta il contributo di mescolamento “interno” di onde standing e viaggianti, di cui la componente  $P_V^{Pratt}$  invece risente.

## 1.4 Validazione del metodo su segnali di prova

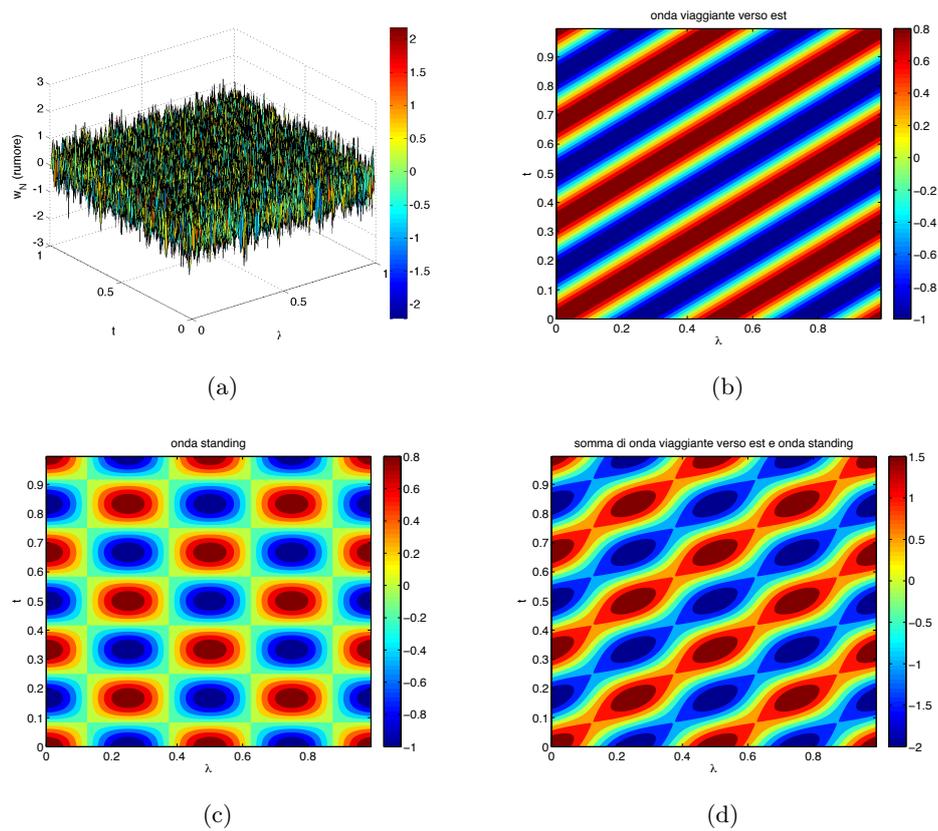
Il metodo per calcolare gli spettri di potenza (varianza) delle serie spazio-temporali, sviluppato da Hayashi e reinterpretato da Pratt e Fraedrich per gli studi di onde atmosferiche, è stato innanzitutto testato su alcuni segnali di prova, di ampiezza unitaria e periodici nell’intervallo di tempo e spazio unitario  $(0, 1)$ . I segnali rappresentativi di onda viaggiante verso est e di onda standing sono stati scelti rispettivamente come :

$$w_V = A \cos(k\lambda - \omega t) \quad (1.72)$$

$$w_S = A \cos(k\lambda) \cos(\omega t) \quad (1.73)$$

con  $A = 1$ ,  $k = 2$ ,  $\omega = 3$ . È stato inoltre considerato anche un segnale  $w_N$  di puro rumore gaussiano a media nulla  $N(\mu = 0; \sigma = 0.5)$ , ovvero di ampiezza comparabile con i segnali viaggiante e standing, sia singolarmente che in aggiunta agli altri due segnali. Infine, si è costruito il segnale somma dell’onda viaggiante verso est  $w_V$  e dell’onda standing  $w_S$ , in presenza e assenza del rumore  $w_N$ .

La simulazione Matlab messa a punto prevede di costruire le onde come matrici di elementi ottenuti a partire dalla griglia spazio-temporale  $[X, T]$  e il segnale di puro rumore sfruttando la funzione *randn*. Il numero di campioni temporali e spaziali è dato rispettivamente da  $nt = 256$ ,  $nx = 128$ . Nelle figure 1.5(a), 1.5(b), 1.5(c) e 1.5(d) sono riportati rispettivamente i grafici per i segnali di rumore gaussiano  $N(\mu = 0, \sigma = 0.5)$ , onda viaggiante verso est, onda standing (entrambe con  $A = 1$ ,  $k = 2$ ,  $\omega = 3$ ) e somma dell’onda viaggiante e di quella standing. Per ognuno dei segnali di prova, le trasformate di Fourier sia spaziali che temporali sono calcolate come trasformate di Fourier veloci (*Fast Fourier Transform*, FFT). Il



**Figura 1.5.** Segnali di prova: rumore gaussiano  $N(\mu = 0, \sigma = 0.5)$  (a) e waterfall diagram di onda viaggiante verso est con ampiezza  $A = 1$ , valori di riferimento  $k = 2$ ,  $\omega = 3$  (b), onda standing con stessi parametri (c), somma delle due precedenti (viaggiante verso est e standing) (d).

calcolo dei coefficienti di Fourier zonali  $C_k(t)$ ,  $S_k(t)$  (definiti nell'eq. 1.57) si ottiene facendo le trasformate sulle colonne della matrice trasposta  $W'$ , ovvero a  $t$  fissato, normalizzandole per il numero di campioni spaziali e prendendone parte reale e immaginaria moltiplicate per 2. Gli spettri di potenza (eq. 1.11) vengono poi calcolati come il modulo quadro della FFT di  $C_k(t)$ ,  $S_k(t)$  normalizzata al numero di campioni temporali, mentre il cospettrio (eq. 1.15) e lo spettro di quadratura (eq. 1.16) come parte immaginaria (cambiata di segno) e parte reale del cross spettro (eq. 1.11) di  $C_k(t)$  e  $S_k(t)$ :

```

%%%%%%%%%
% Calcolo dei coefficienti di Fourier zonali Ckt e Skt
% per ogni colonna di W (t fissato)
W=W';
W_T = fft(W,nx);
inv_2nx=2.0/(nx);
Ckt=inv_2nx*real(W_T);
Skt=inv_2nx*imag(W_T);
% Calcolo degli spettri di potenza e dei cross-spettri temporali
% per ogni riga di Ckt e Skt (k fissato)
inv_ntpow2=1.0/(nt*nt);

```

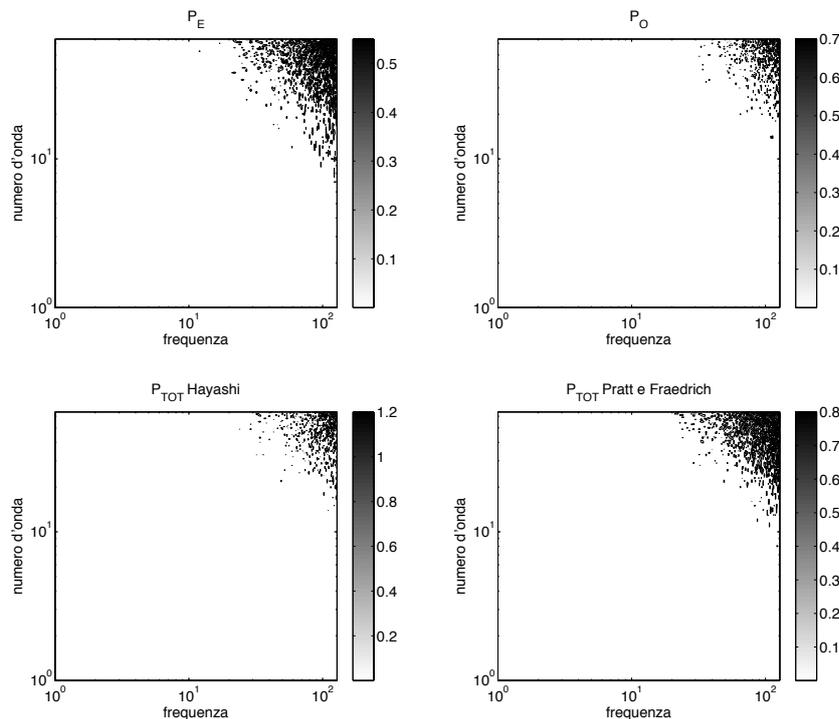
```

for raw=1:nx
% spettri di potenza
psdc(raw,:)=fft(Ckt(raw,:)).*conj(fft(Ckt(raw,:)))*inv_ntpow2;
psds(raw,:)=fft(Skt(raw,:)).*conj(fft(Skt(raw,:)))*inv_ntpow2;
% cross-spettri
CS=fft(Ckt(raw,:)).*conj(fft(Skt(raw,:)))*inv_ntpow2;
qsc(raw,:)=-imag(CS);
ksc(raw,:)=real(CS);
end
%%%%%%%%%

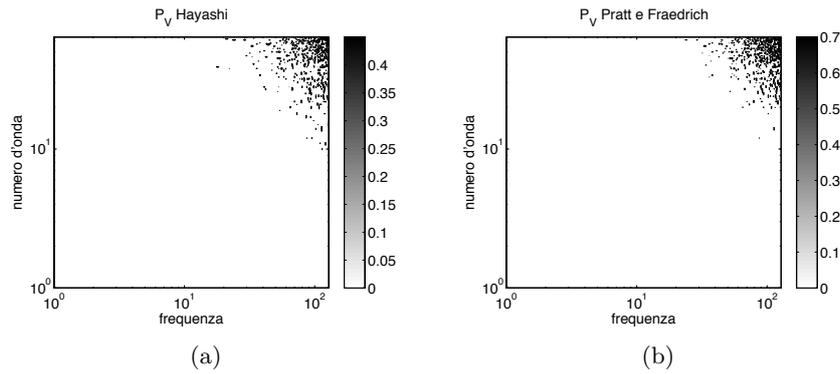
```

Gli spettri di potenza vengono infine calcolati seguendo le definizioni di Hayashi (equazioni 1.51-1.53, 1.54-1.57), quelle introdotte da Pratt (1.67 per la parte viaggiante, 1.69 per la standing e 1.70 per il totale) e l'ulteriore definizione di onda standing data da Fraedrich (1.71). È opportuno sottolineare che la definizione di partenza di varianza verso est e verso ovest è comune per i tre autori, mentre quella totale, viaggiante e standing si differenzia per Hayashi e Pratt e, in più, si ha la definizione di onda standing di Fraedrich. Tutti gli spettri finali sono *one-sided*, ovvero si riferiscono alle sole frequenze (numeri d'onda) positive, fino alla frequenza (numero d'onda) di Nyquist  $f_c/2 = 128$  ( $k_c = 64$ ).

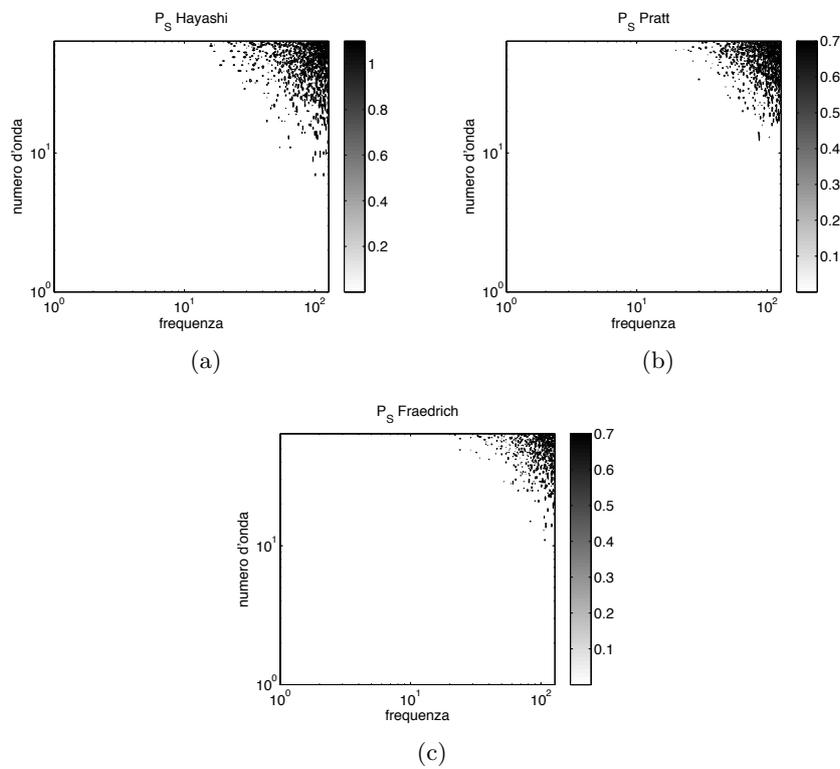
Nel caso di puro rumore gaussiano a media nulla e deviazione standard  $\sigma=0.5$  (1.5(a)), sono riportati nelle figure successive i risultati ottenuti rispettivamente per la decomposizione in onde verso est e verso ovest (definizione comune per i tre autori)



**Figura 1.6.** Spettri di potenza per onde verso est (a), verso ovest (b), comune per i tre autori, totale per Hayashi (c) e totale per Pratt/Fraedrich (d) nel caso di rumore  $N(\mu = 0, \sigma = 0.5)$ .



**Figura 1.7.** Spettri di potenza viaggianti secondo le definizioni di Hayashi (a), Pratt e Fraedrich (b) nel caso di rumore  $N(\mu = 0, \sigma = 0.5)$ .



**Figura 1.8.** Spettri di potenza standing secondo le definizioni di Hayashi (a), Pratt (b) e Fraedrich (c) nel caso di rumore  $N(\mu = 0, \sigma = 0.5)$ .

e totale per Hayashi e per Pratt/Fraedrich (fig. 1.6), quella viaggianti per Hayashi e per Pratt/Fraedrich (fig. 1.7) e quella standing (fig. 1.8) diversa per i tre autori. Come atteso, in nessun grafico appaiono strutture di componenti spurie standing o viaggianti nelle zone a bassa e media frequenza e da questo punto di vista i metodi rispondono allo stesso modo ad un segnale di puro rumore.

Dopo questa prima verifica, sono stati effettuati i test seguendo l'ordine riportato nelle colonne della tab. 1.9, su un'onda viaggianti verso est ( $V$  verso est, colonna 3), una standing ( $S$ , colonna 4) e somma delle due precedenti (colonna 5), più gli

Modello	Spettro di potenza	onda V verso est	onda S	onda V verso est + onda S	onda V verso est + rumore	onda S + rumore	onda V verso est + onda S + rumore
(tutti)	$P_E$	0.5	0.125	1.125	0.502	0.126	1.120
	$P_O$	0	0.125	0.125	4.00E-05	0.125	0.126
Hayashi	$2K(E,O)$	0	0.25	0.75	0.003	0.251	0.752
	$P_{TOT}$	0.5	0.5	2	0.506	0.501	1.998
	$P_V$	0.5	0	0.5	0.493	2.00E-06	0.494
	$P_S$	2.00E-17	0.5	1.5	0.013	0.501	1.503
Pratt	$P_{TOT}$	0.5	0.25	1.25	0.502	0.251	1.246
	$P_V$	0.5	1.00E-19	1	0.502	1.00E-03	0.994
	$P_S$	2.00E-17	0.25	0.75	0.010	0.251	0.752
Fraedrich	$P_{TOT}$	0.5	0.25	1.25	0.502	0.251	1.246
	$P_V$	0.5	1.00E-19	1	0.502	1.00E-03	0.994
	$P_S$	0	0.25	0.25	8.00E-05	0.250	0.252

**Figura 1.9.** Tabella degli spettri calcolati in ( $\omega = 3, k = 2$ ) per le onde viaggianti verso est (eq. 1.72), standing (eq.1.73) e somma delle due, con  $A=1, \omega = 3, k = 2$ , in assenza e presenza di rumore gaussiano  $N(\mu = 0, \sigma = 0.5)$ , secondo le definizioni di Hayashi, Pratt e Fraedrich.

stessi casi sommati al rumore  $N(\mu = 0, \sigma = 0.5)$  (colonne 6-8). I dati riportati in tabella si riferiscono agli spettri calcolati nel punto di coordinate ( $\omega = 3, k = 2$ ), corrispondenti a frequenza e numero d'onda di riferimento sia dell'onda viaggiante verso est che dell'onda standing.

Come si può notare, in presenza di un'onda puramente viaggiante verso est (terza colonna della tab. 1.9), tutte le versioni del metodo spettrale riconoscono correttamente la componente viaggiante ( $P_V$ ), trovando un valore nullo per la componente standing ( $P_S$ ) e un valore totale ( $P_{TOT}$ ) pari a quello viaggiante.

Analogamente, per un'onda puramente standing (quarta colonna della tabella) la componente viaggiante  $P_V$  risulta nulla e il totale  $P_{TOT}$  uguale alla componente standing  $P_S$ . In questo caso lo spettro totale di Pratt e Fraedrich ha un valore inferiore a quello ricavato da Hayashi: per costruzione, per la frequenza fissata  $\omega$  si ha nel caso di Hayashi (eq 1.38) che bisogna aggiungere il termine di interferenza  $2K(E, O)$  alla somma della componente verso est ( $P_E$ ) e verso ovest ( $P_O$ ); si verifica anche che lo spettro totale di Hayashi  $P_{TOT}$  corrisponde allo stesso tempo alla somma esatta dello spettro viaggiante  $P_V$  e di quello standing  $P_S$  (1.40), senza il termine di interferenza perché la coerenza tra le componenti standing e viaggiante è nulla. È importante ribadire in questo contesto che l'obiettivo primario è quello di ottenere un algoritmo in grado di distinguere le componenti viaggianti da quelle standing, allo scopo di riconoscere segnali potenzialmente generati da fenomeni diversi. Al di là del valore assoluto dei singoli termini, quindi, i vari metodi risultano finora del tutto equivalenti: tra standing e viaggiante, solo la componente corrispondente al tipo di segnale in ingresso è diversa da zero e dà contributo al totale, mentre l'altra è nulla.

Analizzando gli spettri ottenuti sommando un'onda viaggiante verso est e un'onda standing (quinta colonna della tabella) con stessa ampiezza e stessi  $k$  e  $\omega$  di riferimento, si vede invece che le varie definizioni danno luogo a risultati diversi nelle proporzioni tra parte standing e viaggiante.

Infatti, seguendo le definizioni di Hayashi, lo spettro totale è dato equivalente-

mente dalla somma delle porzioni verso est, verso ovest e dell'interferenza, oppure da quelle standing e viaggianti, dove la componente standing  $P_S$  è 3 volte superiore a quella viaggiante  $P_V$ ; la differenza tra questi due contributi invece diminuisce nel caso delle definizioni di Pratt. In effetti, anche a livello analitico si ricava che sommando le due onde viaggianti 1.66 e standing 1.68 (con le fasi  $\alpha = \Phi = 0$ ) si ottiene un segnale con le componenti di potenza definite da Pratt (eq 1.67 e 1.69) :

$$P_V^{Pratt}(k, \omega) = \frac{1}{2}A_V^2 + \frac{1}{2}A_V A_S \quad (1.74)$$

$$P_S^{Pratt}(k, \omega) = \frac{1}{4}A_S^2 + \frac{1}{2}A_V A_S \quad (1.75)$$

in cui si può notare il termine di mescolamento  $1/2A_V A_S$  dovuto al fatto che in ingresso non si ha solo un'onda standing o solo una viaggiante. Considerando  $A_S = A_V = 1$  si ottengono esattamente gli stessi valori, ricavati con l'algoritmo, riportati in tabella. Inoltre, considerando la trattazione di Pratt, lo spettro totale è inferiore alla somma delle porzioni standing e viaggiante definite dallo stesso autore. Questo dato conferma il fatto che, nell'impostazione di Pratt, all'interno dello spettro totale dato dalla somma delle componenti verso est e verso ovest, onde standing e viaggianti possono anche contribuire in uno stesso modo, nascondendo un'interferenza nella composizione del totale.

Nel caso di Fraedrich, infine, si hanno le stesse definizioni sia per la parte viaggiante che per quella totale di Pratt. La componente standing è ottenuta come differenza tra il totale e la parte viaggiante, quindi la differenza tra la componente standing e viaggiante aumenta rispetto al caso di Pratt, anche se rispetto alle definizioni di Hayashi si mantiene inferiore. Secondo la definizione di Fraedrich la parte di mescolamento tra le parti standing e viaggiante non si ripercuote in maniera simmetrica nelle due componenti.

Introducendo nei tre casi illustrati la componente di rumore gaussiano  $N(\mu = 0, \sigma = 0.5)$ , ovvero di un segnale casuale di ampiezza comparabile con le onde standing e viaggiante finora considerate, si può notare complessivamente che le risposte dei tre metodi ai vari tipi di onda sommati al rumore non variano sensibilmente rispetto ai casi in assenza di rumore (colonne 6-8).

Per quanto risulta finora, il metodo di Pratt sembra configurarsi come il migliore dal punto di vista della separazione dello spettro in componenti. Non solo, come visto nel paragrafo precedente, permette di superare il problema di un riscontro di bassa coerenza nei segnali atmosferici (geopotenziale) a bassa frequenza e basso numero d'onda, ma rispetto alle altre impostazioni di Hayashi e Fraedrich pesa in maniera più simile la componente viaggiante e standing di un segnale dato dalla somma di due onde di questo tipo.

Tuttavia, occorre tenere presente che in presenza di segnali reali di tipo atmosferico si avranno strutture spettrali complicate, molto rumorose (in generale si ha a che fare con fenomeni turbolenti), con vari numeri d'onda e frequenze nello spazio delle fasi, quindi è difficile dare una risposta definitiva su quale definizione di porzione standing dello spettro sia più appropriata. Nel prossimo capitolo saranno quindi confrontate le risposte date dai metodi di Pratt e Fraedrich ai segnali di tipo atmosferico, e la definizione di spettro totale per il metodo di Pratt sarà modificata e posta uguale alla somma delle componenti standing e viaggiante, calcolate in modo indipendente l'una dall'altra seguendo le definizioni 1.67 e 1.69.

## Capitolo 2

# Spettri di Hayashi per i dataset climatici: studio della variabilità atmosferica alle medie latitudini

Per descrivere la variabilità atmosferica alle medie latitudini, l'analisi spettrale di Hayashi nella versione di Pratt e Fraedrich, introdotta nel capitolo precedente, viene qui applicata all'altezza geopotenziale a 500 hPa. Questa variabile si configura infatti come la grandezza fisica che in buona approssimazione consente di descrivere i moti atmosferici alle latitudini considerate. I dati di altezza geopotenziale utilizzati nei paragrafi seguenti sono ricostruiti dagli output delle simulazioni di ventesimo secolo di alcuni modelli climatici inseriti nel progetto CMIP5. In questo modo, a partire da una misura integrale degli spettri di potenza, può essere definita la variabilità atmosferica stimata da ogni modello.

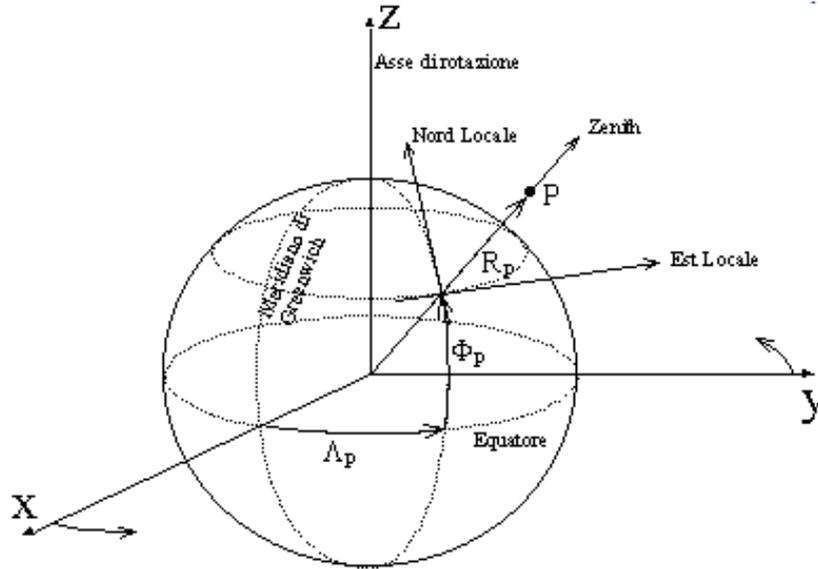
I risultati ottenuti con i vari dataset possono poi essere confrontati sia tra loro, all'interno dell'*ensemble* CMIP5, sia con le stime ottenute dalla reanalisi NCEP-NCAR, che è il tipo di simulazione più vicina ai dati sperimentali effettivamente osservati.

L'intera procedura viene eseguita con l'ausilio del software CDO e di una serie di script, bash e Matlab, che consentono di selezionare i dati secondo vincoli comuni, di calcolare gli spettri di potenza e di effettuare il confronto complessivo dei risultati per i vari modelli.

### 2.1 Altezza geopotenziale e moti atmosferici alle medie latitudini

I moti atmosferici che si svolgono alle medie latitudini consistono in fenomeni di larga scala riguardanti grandezze fisiche come densità, pressione, temperatura, energia. Tuttavia, con le debite approssimazioni, è possibile descrivere tali moti alla luce di una singola grandezza fisica significativa: l'altezza geopotenziale.

Il geopotenziale è definito come la funzione potenziale  $\Phi$  il cui gradiente definisce l'accelerazione di gravità terrestre ( $\nabla\Phi = -\mathbf{g}$ ) ed esprime il lavoro che occorre per poter vincere la forza di gravità e spostare verso l'alto, ad una determinata altezza, una massa d'aria unitaria. Poiché nel sistema di riferimento terrestre locale, fig.(2.1),



**Figura 2.1.** Sistema di riferimento terrestre locale per le coordinate orizzontali  $x$ , con asse diretto lungo l'est locale,  $y$ , lungo il nord locale, e per la verticale  $z$ , lungo lo zenith. Un punto sulla superficie terrestre è individuato dalla longitudine  $\lambda_p$ , misurata in gradi est a partire dal meridiano di Greenwich, e dalla latitudine  $\phi_p$ , in gradi Nord e Sud rispetto all'equatore.

si ha  $\mathbf{g} = -g\hat{\mathbf{k}}'$ , con  $\hat{\mathbf{k}}'$  versore dello zenith, risulta  $\Phi = \Phi(z)$  e quindi  $d\Phi/dz = g$ . Pertanto, le superfici localmente orizzontali sulla Terra, ovvero i piani individuati dalla direzione nord-sud, detta meridionale, ed est-ovest, zonale, sono superfici di geopotenziale costante.

L'altezza geopotenziale  $Z$  è definita come il rapporto tra il geopotenziale e l'accelerazione di gravità media al livello del mare:  $Z = \Phi/g_0$ , dove  $g_0 = 9.80665 \text{ m/s}^2$ . Per i moti atmosferici negli strati inferiori dell'atmosfera (troposfera, fino a 10 km sulla verticale, e bassa stratosfera, fino a 20-30 km), dove  $g_0 \simeq g$ , l'altezza geopotenziale può anche essere usata come coordinata verticale, sostituendo la  $z$ . L'unità di misura dell'altezza geopotenziale è il gpm, ovvero il metro geopotenziale. Per quanto detto, si assume di fatto  $1 \text{ gpm} \simeq 1 \text{ m}$ .

Per i fenomeni atmosferici su scala sinottica, ovvero per lunghezze dell'ordine del migliaio di km ( $L \sim 10^6 \text{ m}$ ), e tempi dell'ordine di qualche giorno ( $T \sim 10^5 \text{ s}$ ), si ha che i moti verticali sono in prima approssimazione disaccoppiati da quelli orizzontali [6] e che l'atmosfera può essere assunta in equilibrio idrostatico:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \quad (2.1)$$

dove  $p$  indica la pressione e  $\rho$  la densità della massa d'aria. La relazione precedente può essere riscritta in funzione del geopotenziale  $\Phi$ :

$$gdz = d\Phi = -\frac{RT}{p}dp = -RTd(\ln p) \quad (2.2)$$

da cui si ricava che la variazione del geopotenziale rispetto alla pressione (logaritmica) dipende solo dalla temperatura.

In termini dell'altezza geopotenziale, si ottiene uno spessore  $Z_T$  dello strato atmosferico tra le superfici di pressione  $p_1$  e  $p_2$  dato da

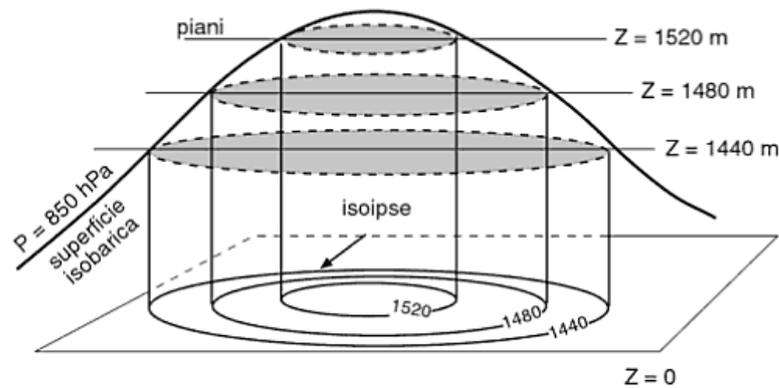
$$Z_T = Z_2 - Z_1 = \frac{R}{g_0} \int_{p_2}^{p_1} T d(\ln p) = \frac{R}{g_0} \langle T \rangle \ln \frac{p_1}{p_2} \quad (2.3)$$

con  $\langle T \rangle$  temperatura media virtuale dello strato compreso tra i due livelli di pressione. In generale, scegliendo il livello  $p_1$  come riferimento, se si ha una zona di alta pressione tra i due strati ( $p_2 < p_1$ ), il valore dello spessore  $Z_T$  sarà positivo e si avrà una forma di promontorio per la superficie isobarica. Questa situazione è rappresentata in fig. 2.2 nel caso particolare in cui  $p_1$  è la pressione al livello del mare ( $p_0$ ) e  $p_2=850$  hPa (superficie isobarica  $p$ ); nella figura le isoipse sono le linee che congiungono i punti alle diverse altezze in quota corrispondenti alla pressione  $p$ . Se, viceversa, si ha una situazione di bassa pressione,  $Z_T$  sarà negativo, e si avrà una forma tipo saccatura. L'equazione 2.3 esprime una caratteristica fondamentale della termodinamica delle masse d'aria. Infatti, fissati i due livelli di pressione, lo spessore dipenderà solo dalla temperatura media virtuale tra i due livelli: quanto più questa aumenterà, quanto più l'aria tra i due livelli si espanderà, con il conseguente aumento dello spessore.

Anche la dinamica delle masse d'aria può essere descritta tramite l'altezza geopotenziale, a partire dalle relazioni che definiscono il cosiddetto *equilibrio geostrofico* tra due forze fondamentali agenti sulle masse d'aria: la forza di Coriolis e il gradiente di pressione. L'intensità delle due forze è di fatto comparabile alle medie latitudini su scala sinottica e il vento geostrofico  $\mathbf{v}_g = (u_g, v_g)$  è definito come il valore di velocità del vento per cui il bilanciamento tra le due forze è esatto:

$$f u_g \equiv -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.4)$$

$$f v_g \equiv \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2.5)$$



**Figura 2.2.** Rappresentazione topografica della superficie isobarica  $p=850$  hPa e delle isoipse alle diverse quote di altezza geopotenziale  $Z$ . Laddove nello spazio la superficie isobarica ha la forma di una cresta, la pressione è più alta che nelle zone circostanti.

dove  $f = 2\Omega \sin\phi$  è il fattore di Coriolis, con  $\Omega$  velocità di rotazione terrestre e  $\phi$  latitudine. Nell'approssimazione geostrofica, dunque, la velocità delle masse d'aria in quota coincide con quella del vento geostrofico:  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_g$ . Passando dalla variabile pressione al geopotenziale e utilizzando le coordinate isobariche, definite come  $Z = -(R/g_0) \langle T \rangle \ln(p/p_0)$ , si ottengono le seguenti uguaglianze

$$\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_z = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_p \quad (2.6)$$

$$\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right)_z = \left( \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)_p \quad (2.7)$$

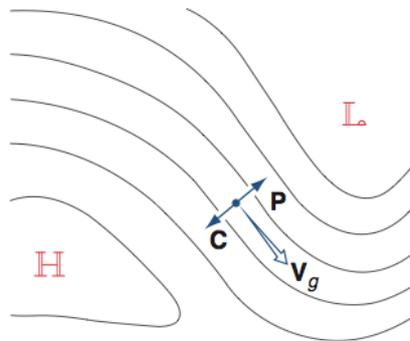
dove le grandezze indicate nei pedici sono mantenute costanti nella derivazione. L'espressione per l'equilibrio geostrofico si può quindi riscrivere in funzione della altezza geopotenziale come:

$$f v_g = - \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -g_0 \frac{\partial Z}{\partial y} = - \frac{g_0}{r} \frac{\partial Z}{\partial \phi} \quad (2.8)$$

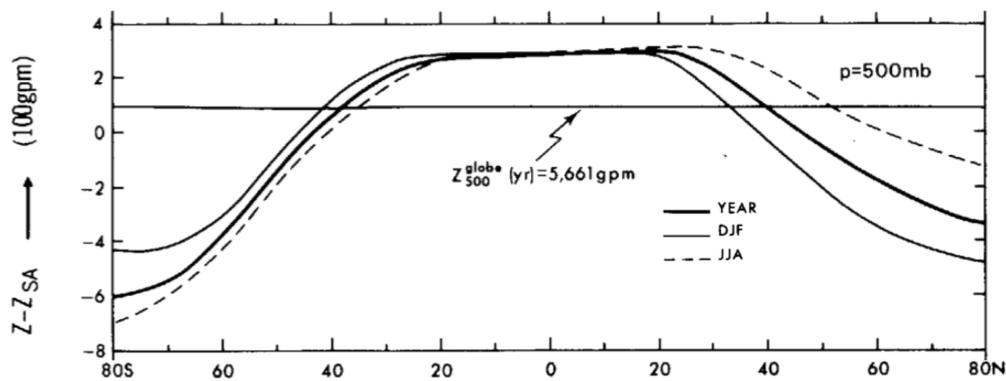
$$f v_g = \frac{\partial \Phi}{\partial x} = g_0 \frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{g_0}{r \cos\phi} \frac{\partial Z}{\partial \lambda} \quad (2.9)$$

in cui  $\lambda$  è la longitudine e  $\phi$  la latitudine. Per avere tale equilibrio, il vento geostrofico deve essere parallelo alle isoipse (o alle isobare), lasciando la bassa pressione sulla sinistra, come si può vedere in fig. 2.3. Infatti, considerando per semplicità il caso di pressione costante in direzione meridionale, ma crescente in direzione zonale verso ovest, si avrebbe  $\partial p/\partial y = 0$  e  $\partial p/\partial x < 0$ , quindi le equazioni del bilancio geostrofico impongono che la velocità sia diretta verso sud, ovvero si ricava che le masse d'aria si spostano lungo le isobare (o isoipse). Il vento in quota, in approssimazione geostrofica, circola quindi in senso antiorario attorno alle zone di bassa pressione e orario attorno a quelle di alta pressione. Inoltre, minore è la spaziatura tra le isoipse, più forte sarà la forza di Coriolis richiesta per bilanciare il gradiente di pressione e quindi maggiore sarà la velocità del vento.

Più in generale, mediando zonalmente (ovvero in direzione est-ovest) l'altezza geopotenziale, si può notare in fig. 2.4 che i profili meridionali mostrano una pendenza negativa dai poli all'equatore, e quindi, dall'equazione 2.8 in funzione



**Figura 2.3.** Vento geostrofico  $\mathbf{v}_g$  e sua relazione con la forza del gradiente di pressione  $\mathbf{P}$  e la forza di Coriolis  $\mathbf{C}$  nell'emisfero Nord (figura tratta da [7]).



**Figura 2.4.** Profili meridionali annuali (YEAR), invernali (DJF, Dicembre-Gennaio-Febbraio) ed estivi (JJA, Giugno-Luglio-Agosto) dell'altezza geopotenziale  $Z$  (in unità di 100 gpm  $\simeq$  100m) mediata zonalmente, per la pressione di 500 mb (500 hPa).  $Z_{SA}$  è il valore di riferimento dell'altezza geopotenziale alle condizioni tipiche dell'atmosfera a 45°N ([8]).

della latitudine  $\phi$ , si ha che i venti zionali prevalenti sono verso est (*westerlies*), in entrambi gli emisferi <sup>1</sup>.

Alla luce di quanto detto, l'altezza geopotenziale  $Z$  si rivela come grandezza fondamentale per descrivere sia la termodinamica che la dinamica atmosferica alle medie latitudini e ciò giustifica la sua scelta come variabile di riferimento per caratterizzarne la variabilità nel lavoro qui presentato. È opportuno specificare in questo contesto perché il campo di altezza geopotenziale che sarà utilizzato nel seguito è proprio quello a 500 hPa. Se si integra la condizione di bilancio idrostatico 2.1 sull'intera colonna atmosferica ( $z$  da 0 a  $\infty$ ) si ottiene che la pressione  $p_0$  al livello del mare è pari a 1013.25 hPa, e per semplicità si assume spesso  $p_0 = 1000$  hPa. Il campo di altezza geopotenziale a 500 hPa è quindi di particolare interesse in quanto costituisce una sorta di baricentro dell'atmosfera. L'altezza geopotenziale corrispondente al livello di pressione di 500 hPa è pari a circa 5500 m e si pone quasi sempre al di sopra delle montagne. Di conseguenza, la circolazione a tale quota è abbastanza indipendente, anche se non del tutto, dagli effetti orografici (catene montuose, che frenano, deviano o modificano i venti alle quote più basse). Più in alto (200-300 hPa, circa 9000-12000 m) le correnti sono del tutto libere da questo tipo di effetto, ma assumono altre forme tipiche, come ad esempio quella di corrente a getto subtropicale, intorno a 30° di latitudine Nord e Sud. Questo fenomeno è dovuto al fatto che l'aria che si sposta ad alte quote dall'equatore verso i tropici ha velocità lineare di rotazione superiore a quella della terra stessa alla latitudine dei tropici; ciò crea un'accelerazione dell'aria e quindi la formazione della corrente a getto.

Infine, per quanto riguarda la distribuzione dell'energia cinetica nell'atmosfera, si ha che l'energia cinetica totale può essere scritta in funzione di quelle stesse componenti di velocità ( $u, v$ ) di cui si è discusso finora seguendo l'approssimazione

<sup>1</sup> Anche se le condizioni atmosferiche variano sia con la latitudine che con la longitudine, di fatto si presentano più uniformi su un circolo di latitudine piuttosto che nella direzione meridionale. Di conseguenza, dal punto di vista delle medie spaziali, si preferisce effettuare delle medie zionali per poter poi valutare la variabilità nella direzione meridionale.

geostrofica. Le velocità possono essere decomposte nei tre contributi

$$u = [\bar{u}] + \bar{u}^* + u' \quad (2.10)$$

$$v = [\bar{v}] + \bar{v}^* + v' \quad (2.11)$$

in cui le parentesi quadre indicano la media zonale del campo su un dato circolo latitudinale, la barretta corrisponde alla media temporale, l'asterisco e l'apice rispettivamente al discostamento dalla media zonale e da quella temporale. Solitamente ai termini  $[\bar{u}]$ ,  $\bar{u}^*$  e  $u'$  (e agli analoghi per  $v$ ) ci si riferisce rispettivamente come circolazione media zonale (media zonale del campo mediato nel tempo), circolazione di onde stazionarie (discostamento dalla media zonale del campo mediato nel tempo) e circolazione transiente (discostamento dalla media temporale del campo). L'energia cinetica media per unità di massa può essere allora scritta corrispondentemente nelle componenti di media zonale, onde stazionarie e transienti:

$$K = K_M + K_S + K_{TE} \quad (2.12)$$

$$K_M = \frac{1}{2} \left( [\bar{u}^2] + [\bar{v}^2] \right) \quad (2.13)$$

$$K_{SE} = \frac{1}{2} [\bar{u}^{*2} + \bar{v}^{*2}] \quad (2.14)$$

$$K_{TE} = \frac{1}{2} [\overline{u'^2} + \overline{v'^2}] \quad (2.15)$$

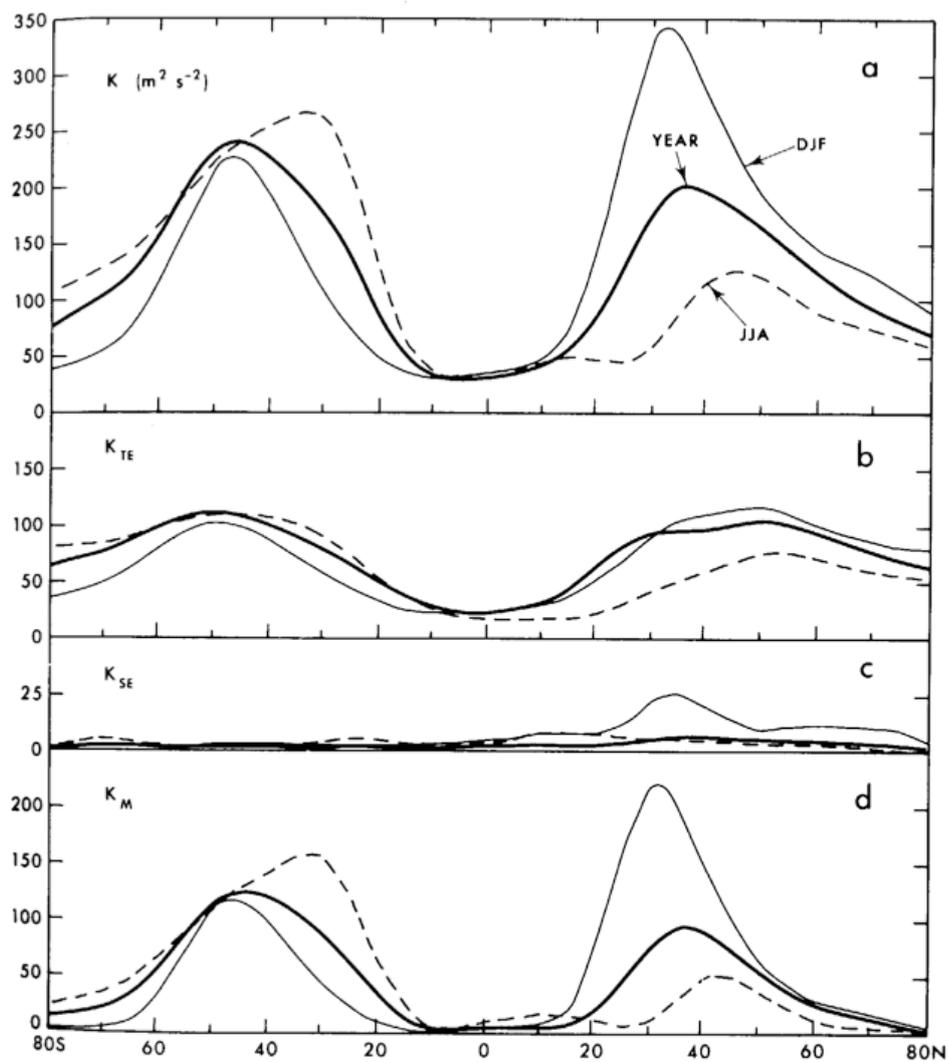
In figura 2.5 sono riportate l'energia cinetica totale  $K$  e le sue tre componenti sopracitate, dopo un'ulteriore operazione di media zonale e di media verticale (ovvero su  $z$ ). Dai profili meridionali raffigurati si può notare come nell'emisfero Nord la maggiore variabilità dell'energia cinetica si abbia alle medie latitudini e nella stagione invernale (DJF, Dicembre-Gennaio-Febbraio). Inoltre, tra le componenti diverse dal campo medio zonale, si ha una netta preponderanza delle onde transienti rispetto a quelle stazionarie, che comunque alle medie latitudini assumono valori maggiori che nelle altre regioni.

## 2.2 Analisi spettrale di Hayashi per l'altezza geopotenziale

Nei paragrafi seguenti l'analisi di Hayashi, reinterpretata da Pratt e Fraedrich, viene applicata ai dati invernali di altezza geopotenziale a 500 hPa, per valutare la variabilità atmosferica alle medie latitudini dell'emisfero Nord. In questo studio i valori di altezza geopotenziale vengono ricostruiti a partire dagli output dei modelli climatici globali sviluppati all'interno del progetto CMIP5.

## 2.3 Il progetto CMIP5

Il progetto CMIP5 (5° Phase of the Climate Model Intercomparison Project) [9] è stato messo a punto nel 2008 da 20 gruppi di ricerca nell'ambito della modellizzazione climatica, insieme al World Climate Research Programme's (WCRP) Working Group on Coupled Modelling (WGCM), e con il contributo dei progetti International Geosphere-Biosphere Programme (IGBP) e Integration and Modeling of the Earth



**Figura 2.5.** Profili meridionali dei valori mediati zonalmente e verticalmente dell'energia cinetica totale (a) e delle componenti transiente (b), stazionaria (c), e media zonale (d), in  $m^2 s^{-2}$ , per un periodo annuale (YEAR), invernale (DJF) ed estivo (JJA) ([8]).

System (AIMES). Lo scopo del progetto consiste nel promuovere e coordinare un insieme di esperimenti di modelli climatici accoppiati atmosfera-oceano, per studiare i cambiamenti climatici passati e futuri e comprendere i meccanismi responsabili della differenziazione delle risposte dei vari modelli, su scale a lungo termine (centinaia di anni) e a breve termine (qualche decade).

Le simulazioni climatiche a lungo termine erano già presenti nelle fasi precedenti del progetto CMIP e nella fase attuale vengono arricchite di nuovi run per comprendere meglio la variabilità climatica e i suoi cambiamenti. Le simulazioni a breve termine sono invece in una fase preliminare e si configurano come una risorsa aggiuntiva per una descrizione più completa delle dinamiche climatiche. La differenza principale tra i due tipi di predizione è che nel caso a lungo termine di fatto vengono fornite proiezioni delle risposte del clima alle “forzanti esterne”, ovvero al cambiamento della composizione atmosferica e della copertura del suolo (sia per cause naturali, come le eruzioni vulcaniche, che per attività umane, come il bruciamento del combustibile fossile), mentre le predizioni a breve termine, che prevedono run inizializzati sulle osservazioni, sono potenzialmente in grado di includere anche variazioni dovute a dinamiche interne al sistema (come la North Atlantic Oscillation, NAO).

La maggior parte delle simulazioni prevede l'utilizzo di modelli climatici globali atmosfera-oceano (AOGCM). In qualche caso di simulazione a lungo termine, i modelli globali vengono accoppiati con quelli biogeochimici, che inseriscono nella modellizzazione il ciclo del carbonio (Earth System Models, ESM), calcolando in maniera interattiva le concentrazioni dei costituenti e includendo a volte anche prognostiche interattive di aerosol, chimica e vegetazione.

Dato l'ampio spettro di simulazioni presente nel framework CMIP5, le integrazioni possibili sono divise in un set centrale, fondamentale per definire i modelli e che fornisce un primo tipo di informazioni sul cambiamento climatico, più due esterni, che esaminano aspetti specifici delle forzanti climatiche, a due livelli di specificità progressivi. Tra le caratteristiche generali dei modelli accoppiati CMIP5, si ha che la risoluzione spaziale prevede un intervallo da 0.5° a 4° per la componente atmosferica e da 0.2° a 2° per quella oceanica e che i tipi e il numero di variabili totali, non necessariamente presenti contemporaneamente, riguardano atmosfera (60 variabili), oceano (77), superficie terrestre e ciclo del carbonio (58), biogeochimica dell'oceano (74), ghiaccio marino (38), ghiaccio terrestre e neve (14), nuvole (100); questi campi sono stati registrati come misure medie mensili, medie annuali, medie giornaliere o con misure a 3 o 6 ore.

Dal momento che il volume totale dei dati supera 3 PB (1 PB = 10<sup>6</sup> GB), gli output dei modelli sono stati archiviati in nodi distribuiti presso i centri di produzione dei modelli stessi. I nodi sono collegati tra loro e i dati sono accessibili tramite i portali dell'Earth System Grid Federation (ESGF, <http://pcmdi9.lln1.gov/esgf-web-fe/>), previa registrazione e accettazione dei termini di utilizzo, secondo modalità di ricerca e studio non commerciali o senza restrizioni, a seconda dei gruppi che hanno rilasciato i dati. Per scaricare i dataset, è possibile selezionare una serie di categorie, tra cui: modello, esperimento, frequenza temporale, variabile.

L'applicazione descritta in questo capitolo prevede l'utilizzo di dataset climatici provenienti dai modelli CMIP5 riportati nella tabella in fig. 2.6, a lungo termine e di scenario passato e presente (esperimento *historical*), con frequenza temporale media giornaliera e variabile selezionata velocità meridionale (*va*). La velocità meridionale è

n	Model	Institution
1	CanESM2	Canadian Centre for Climate Modelling and Analysis, Canada
2	CMCC-CM	Centro Euro-Mediterraneo per i Cambiamenti Climatici, Italy
3	CSIRO-Mk 3.6.0	Australian Commonwealth Scientific and Industrial Research Organization (CSIRO) Marine and Atmospheric Research, Queensland Climate Change Centre of Excellence (QCCCE), Australia
4	FGOALS-g2	Institute of Atmospheric Physics, Chinese Academy of Sciences (LASG), China
5	GFDL-CM3	Geophysical Fluid Dynamics Laboratory (NOAA GFDL), United States
6	GFDL-ESM2G	
7	GFDL-ESM2M	
8	GISS-E2-R	Goddard Institute for Space Studies (NASA/GISS), United States
9	HadGEM2-ES	Met Office Hadley Centre, United Kingdom
10	INM-CM4	Institute for Numerical Mathematics (INM), Russia
11	IPSL-CM5A-LR	Institut Pierre Simon Laplace (IPSL), France
12	MIROC4h	Japan Agency for Marine-Earth Science and Technology (JAMSTEC), Atmosphere and Ocean Research Institute (AORI), University of Tokyo and National Institute for Environmental Studies (NIES), Japan
13	MIROC5	
14	MIROC-ESM	
15	MIROC-ESM-CHEM	
16	MPI-ESM-LR	Max Planck Institute for Meteorology, Germany
17	MPI-ESM-MR	
18	MRI-CGCM3	Meteorological Research Institute (MRI), Japan
19	NorESM1-M	Norwegian Climate Centre (NCC), Norway

Figura 2.6. Lista dei modelli appartenenti all'archivio CMIP5

infatti la variabile con cui viene ricostruita l'altezza geopotenziale in approssimazione geostrofica.

## 2.4 Analisi dei dataset

### 2.4.1 I dati di partenza

I dataset scaricati dall'archivio CMIP5 sono stati poi processati per calcolare gli spettri di Hayashi illustrati nelle sezioni precedenti e ricavarne la stima di variabilità atmosferica invernale alle medie latitudini. I risultati sono da confrontare con gli output della reanalisi NCEP-NCAR (National Center for Environmental Prediction-National Center for Atmospheric Research). Il dataset NCEP-NCAR consiste in una raccolta di file prodotti in output da una reanalisi climatologica, ovvero dal tipo di modello più vicino alle osservazioni sperimentali. Di fatto, questo tipo di dataset rappresenta lo stato del sistema globale accoppiato atmosfera-oceano incorporando dati sperimentali e previsioni meteorologiche a breve termine, necessarie per interpolare i dati sulla griglia e simulare alcuni meccanismi del sistema terrestre.

I dati utilizzati sono le misure giornaliere della velocità meridionale del vento nella stagione invernale (DJF) degli anni 1962-2001, mediate sulla fascia latitudinale 30°N-75°N, dove di fatto si osserva la maggior parte dell'attività di onde atmosferiche alle medie latitudini, come ricavato dalla fig. 2.5. L'altezza geopotenziale a 500 hPa è stata ricostruita a partire dai dati scaricati di velocità, sfruttando l'approssimazione geostrofica 2.9 che, come visto, è valida alle medie latitudini qui considerate:

$$fv = \frac{g_0}{r \cos\phi} \frac{\partial Z}{\partial \lambda} \quad (2.16)$$

In questo modo, la velocità meridionale  $v = v(p, \phi, \lambda, t)$  è legata al gradiente zonale dell'altezza  $Z = Z(p, \phi, \lambda, t)$ . Questa approssimazione è indipendente dal modello ed è locale, nel senso che coinvolge solo il livello di pressione  $p=500$  hPa.

### 2.4.2 La procedura generale

Per caratterizzare l'andamento nello spazio e nel tempo del campo  $Z$  di altezza geopotenziale a 500 hPa viene applicata l'analisi di Fourier spazio-temporale di Hayashi nelle versioni di Pratt e Fraedrich, descritta nel capitolo precedente.

Il segnale da analizzare può essere considerato in generale come una sovrapposizione di onde con diverse frequenze e numeri d'onda. È importante sottolineare che la decomposizione del segnale originario in componenti di onde viaggianti e di onde standing si fonda sul fatto che queste onde sono potenzialmente generate da meccanismi diversi e quindi attribuibili a fenomeni fisici diversi.

Occorre inoltre specificare che il campo di altezza geopotenziale varia sia in direzione zonale che meridionale, cioè ha una dipendenza bidimensionale dallo spazio, mentre gli spettri di Hayashi descritti in precedenza consentono di distinguere i pattern di onde standing e viaggianti lungo una sola direzione spaziale (ad esempio un dato circolo latitudinale), rappresentando nel dettaglio esclusivamente caratteristiche periodiche monodimensionali. Il campo misurato viene allora mediato nella direzione nord-sud locale, e si presenta quindi come un campo dipendente dalla longitudine e

dal tempo. Se si definisce la media longitudinale pesata con l'area per una generica funzione  $\Psi(p, \phi, \lambda, t)$  come:

$$\langle \Psi(p, \phi, \lambda, t) \rangle_{\phi_1}^{\phi_2} = \frac{\int_{\phi_1}^{\phi_2} \psi(p, \phi, \lambda, t) \cos\phi \, d\phi}{\int_{\phi_1}^{\phi_2} \cos\phi \, d\phi} \quad (2.17)$$

mediando l'equazione 2.16 si ottiene allora

$$\frac{\partial \langle Z(p, \phi, \lambda, t) \rangle_{\phi_1}^{\phi_2}}{\partial \lambda} = \frac{r}{g_0} \langle f(\phi)v(p, \phi, \lambda, t)\cos\phi \rangle_{\phi_1}^{\phi_2} \quad (2.18)$$

ovvero, definendo

$$Z(p, \lambda, t) \equiv \langle Z(p, \phi, \lambda, t) \rangle_{\phi_1}^{\phi_2} \quad (2.19)$$

$$V(p, \lambda, t) \equiv \frac{r}{g_0} \langle f(\phi)v(p, \phi, \lambda, t)\cos\phi \rangle_{\phi_1}^{\phi_2} \quad (2.20)$$

si ottiene la relazione

$$\frac{\partial Z(p, \lambda, t)}{\partial \lambda} = V(p, \lambda, t) \quad (2.21)$$

Considerando le proprietà di base della trasformata di Fourier rispetto alla derivazione, di fatto si ha che gli spettri di Hayashi calcolati per la funzione  $Z(p, \lambda, t)$  sono pari a quelli calcolati per la funzione  $V(p, \lambda, t)$  divisi per  $k_j^2$ . Pertanto, per ogni dataset saranno calcolati prima gli spettri di Hayashi della quantità  $V(p, \lambda, t)$  con  $p=500$  hPa e  $\phi_1$  e  $\phi_2$  posti ai punti di griglia più vicini a  $30^\circ\text{N}$  e  $75^\circ\text{N}$  e da questi ricavati gli spettri dell'altezza geopotenziale mediata in direzione meridionale  $Z(p, \lambda, t)$ .

Si ricorda che l'espressione per gli spettri di Hayashi nella versione di Pratt e Fraedrich è data dalle formule ricavate nel capitolo precedente :

$$P_{E/O}(k, \omega) = \frac{1}{4} [P_\omega(C_k) + P_\omega(S_k)] \pm \frac{1}{2} [Q_\omega(C_k, S_k)] \quad (2.22)$$

$$P_{TOT}(k, \omega) = \frac{1}{2} [P_\omega(C_k) + P_\omega(S_k)] \quad (2.23)$$

$$P_V(k, \omega) = |Q(k, \omega)| \quad (2.24)$$

$$P_S^{Pratt}(k, \omega) = \{K_\omega^2(C_k, S_k) + \frac{1}{4}[P_\omega(C_k) - P_\omega(S_k)]^2\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.25)$$

$$P_S^{Fraed}(k, \omega) = P_{TOT}(k, \omega) - P_V(k, \omega) \equiv P_{TOT}(k, \omega) - |Q(k, \omega)| \quad (2.26)$$

Per confrontare tra loro i due metodi, si sceglie di portare avanti parallelamente le due analisi, in cui però lo spettro totale di Pratt venga considerato come somma della componente standing e viaggiante, calcolate indipendentemente l'una dall'altra.

I vari spettri saranno nel seguito indicati in generale come  $P_a^n(k_j, \omega_m)$ , dove  $n$  è l'indice per l'anno in esame,  $a = TOT, S, E, O, V$  rispettivamente per le componenti totale, standing, verso est, verso ovest e viaggiante,  $k_j = 2\pi j, \omega_m = 2\pi m/\tau$  rappresenta l'insieme discreto di numeri d'onda e frequenze su cui vengono calcolati gli spettri, con  $\tau$  pari a 90 giorni, lunghezza dell'inverno. Gli spettri saranno poi mediati sui 39 inverni considerati e, per ottenere grafici log-log con aree geometriche uguali corrispondenti a una varianza uguale, graficati solo dopo la moltiplicazione

per la quantità  $k_j \omega_m \tau / (2\pi)$ . L'unità di misura degli spettri di Hayashi sarà quindi  $m^2$ .

Dopo il calcolo degli spettri di Hayashi, per valutare le performance dei singoli modelli in differenti sottodomini spettrali verrà calcolata la quantità integrale

$$E_a^n(\Omega) = \sum_{m=m_1, j=j_1}^{m=m_2, j=j_2} P_a^n(k_j, \omega_m) \quad (2.27)$$

dove il sottodominio  $\Omega$  è definito dal prodotto  $[\omega_{m_1}, \omega_{m_2}] \times [k_{j_1}, k_{j_2}]$ .  $E_a^n(\Omega)$  rappresenta la porzione di varianza dello spettro associata al sottodominio  $\Omega$  per l'inverno  $n$  ed è espressa in  $m^2$ . A partire da questa quantità vengono quindi definite la variabilità atmosferica intrastagionale nel sottodominio  $\Omega$ , come media della varianza  $E_a^n(\Omega)$  sugli  $N$  inverni considerati :

$$\langle E_a(\Omega) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N E_a^n(\Omega) \quad (2.28)$$

e la variabilità interannuale, data dalla deviazione standard di  $E_a^n(\Omega)$ :

$$\sigma_{E_a(\Omega)} = \frac{1}{N-1} \sqrt{\sum_{n=1}^N (E_a^n(\Omega) - \langle E_a(\Omega) \rangle)^2} \quad (2.29)$$

Le due variabilità 2.28 e 2.29 caratterizzano la climatologia delle onde atmosferiche nel sottodominio spettrale  $\Omega$ . Se per un dato  $\Omega$  gli intervalli di confidenza  $[\langle E_a(\Omega) \rangle - 2\sigma_{E_a(\Omega)}, \langle E_a(\Omega) \rangle + 2\sigma_{E_a(\Omega)}]$  di due modelli non si sovrappongono, è possibile concludere che le due serie temporali delle onde corrispondenti non sono statisticamente consistenti. In particolare, la variabilità atmosferica totale può essere considerata un indicatore globale con cui stimare le prestazioni complessive per ciascun modello. La variabilità per le onde che viaggiano verso est e per le onde standing può essere invece usata per valutare la capacità dei modelli di descrivere alcuni processi fisici caratteristici. In particolare, queste due strutture possono essere collegate rispettivamente alle onde barocline verso est e alle onde planetarie. Le onde barocline sono definite come onde sinottiche viaggianti associate al rilascio dell'energia disponibile guidato dalla conversione baroclina ([10], [11], [12]). Di fatto, l'instabilità alla base della formazione delle onde barocline è dovuta a un eccesso di gradiente termico tra equatore e poli, per cui nel flusso westerly (corrispondente allo stato stabile) si creano grandi meandri e distaccamenti di zone ad alta e bassa pressione e si instaurano dei flussi di aria calda e fredda attraverso le latitudini. Tali onde possono essere rappresentate come strutture spettrali che si propagano verso est, con periodi di 2-7 giorni e scale spaziali dell'ordine di qualche migliaio di km, corrispondenti a una regione ad alta frequenza e alto numero d'onda (*High Frequency High Wave number*, HFHW), definita nella tabella 2.1. Le onde planetarie sono invece onde che interagiscono con l'orografia ([13], [14], [15], [16]) e che sono attivate dalla corrente sub-tropicale ([17], [18]), che giocano un ruolo dominante nella regione spettrale a bassa frequenza e basso numero d'onda (*Low Frequency Low Wave number*, LFLW) delle onde standing, dove le scale di tempo e spazio corrispondono a intervalli di 10-45 giorni e 7000-15000 km ([19]).

Infine, per confrontare i modelli CMIP5 considerati come un insieme, tra di loro e con la reanalisi NCEP-NCAR, saranno calcolate la media dell'*ensemble* e

**Tabella 2.1.** Definizione dei sottodomini spettrali  $\Omega = [\omega_{m_1}, \omega_{m_2}] \times [k_{j_1}, k_{j_2}]$  per le onde standing e viaggianti verso est. I valori  $m_2 = 45$ ,  $j_2 = 72$  sono legati rispettivamente alla frequenza di Nyquist e al numero d'onda massimo per la risoluzione dei dati (su 90 giorni, con un numero di latitudini pari a 144).

Sottodominio $\Omega$	$m_1, m_2$	$j_1, j_2$
LFLW	$m_1 = 2, m_2 = 9$	$j_1 = 2, j_2 = 4$
HFHW	$m_1 = 13, m_2 = 45$	$j_1 = 6, j_2 = 72$

la dispersione dei dati. Ciò corrisponde graficamente ad individuare, nel piano delle variabili climatologiche considerate (ad esempio,  $\sigma_{E_a(\Omega)}$  vs  $\bar{E}_a(\Omega)$ ), un'ellisse centrata nel valore medio e con semiassi uguali alla deviazione standard (o al doppio della deviazione standard) nella direzione corrispondente.

Nei paragrafi successivi saranno descritti in dettaglio i singoli passi, qui elencati, per realizzare lo studio dei dataset:

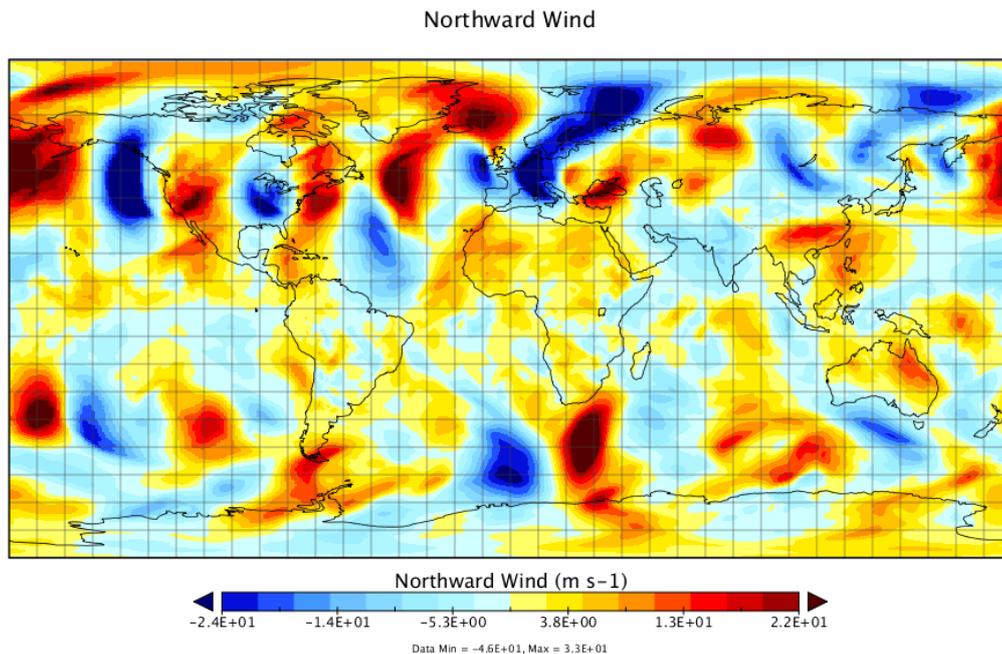
1. selezione delle variabili caratteristiche e impostazione di una struttura comune per i dataset (bash script *select.sh*)
2. calcolo degli spettri di potenza e delle variabili climatologiche per ciascun dataset (script Matlab *CMIP5Hayashi.m*)
3. calcolo degli ensemble climatici per il confronto dei modelli (script Matlab *ensemble.m*)

### 2.4.3 Selezione della struttura dei dataset

Il primo passo per processare i dataset climatici è stato messo a punto con il bash script *select.sh*, riportato interamente nell'appendice A, contenente una serie di comandi appartenenti al software CDO (Climate Data Operators, <https://code.zmaw.de/projects/cdo>), installato sulla macchina in uso al laboratorio ENEA UTMEA-CLIM. Il software CDO consiste in una raccolta di operatori per il processamento di dataset climatici di formato GRIB o netCDF. Tutti i dataset utilizzati in questo lavoro sono contenuti in file del secondo tipo (estensione .nc). Gli operatori CDO permettono di ricavare informazioni generali sui dataset, di selezionare i dati in base a caratteristiche spaziali e temporali, di eseguire calcoli aritmetici e statistici e di interpolare spazialmente le griglie in base a differenti algoritmi.

Un file del dataset GFDL-CM3 appartenente all'archivio CMIP5, scaricato da ESGF con le categorie sopracitate per questo lavoro e qui scelto a scopo esemplificativo, ha una struttura del tipo:

```
File format: netCDF
-1 : Institut Source   Param   Time Typ  Grid Size Num  Levels Num
  1 : unknown  unknown -1      var  F64      1    1      1    1
  2 : unknown  unknown -2      var  F32     12960  2      8    2
Horizontal grids :
  1 : generic > size : dim = 1
  2 : lonlat  > size : dim = 12960 nlon = 144 nlat = 90
```



**Figura 2.7.** Visualizzazione con Panoply di un file netCDF del modello MIROC4h (alta risoluzione), appartenente all'archivio CMIP5, scaricato selezionando esperimento *historical*, variabile *va*.

```
lon : first = 1.25 last = 358.75 inc = 2.5 degrees_east circular
lat : first = -89 last = 89 inc = 2 degrees_north
available : xbounds ybounds
Vertical grids :
  1 : surface          : 0
  2 : pressure        Pa : 100000 85000 70000 50000 25000 10000 5000 1000
Time axis : 1825 steps
RefTime = 1860-01-01 00:00:00 Units = days Calendar = 365DAYS
YYYY-MM-DD hh:mm:ss YYYY-MM-DD hh:mm:ss YYYY-MM-DD hh:mm:ss
2000-01-01 12:00:00 2000-01-02 12:00:00 2000-01-03 12:00:00
2000-01-04 12:00:00 2000-01-05 12:00:00 2000-01-06 12:00:00
2000-01-07 12:00:00 2000-01-08 12:00:00 2000-01-09 12:00:00
2000-01-10 12:00:00 2000-01-11 12:00:00 2000-01-12 12:00:00
...
```

ricavata con il comando *info*. Per capire meglio quali siano le variabili contenute e i valori registrati, per avere descrizioni più dettagliate delle griglie o dei livelli verticali si possono utilizzare i comandi di CDO *info*, *griddes*, *zaxisdes* e simili. Per visualizzare a livello grafico il contenuto del file si possono invece usare interfacce come Panoply (<http://www.giss.nasa.gov/tools/panoply/>), che permette di ottenere grafici come quello in fig. 2.7.

Lo script *select.sh* in appendice (A) sfrutta una serie di comandi CDO per rendere omogenea la struttura dei dataset scaricati e prende in ingresso i parametri posizionali corrispondenti alla variabile richiesta, al nome da attribuire al dataset, alla directory contenente i dati scaricati dal portale ESGF, agli anni da includere nell'analisi, al numero di latitudini e longitudini della griglia in uscita e alla cintura latitudinale. Le selezioni eseguite prevedono che la variabile sia la velocità meridionale (*va*),

che gli anni vadano dal 1962 al 2001, che il numero di longitudini e latitudini sia rispettivamente 144 e 73 (come per la reanalisi NCEP-NCAR e corrispondente a una risoluzione di  $2.5^\circ \times 2.5^\circ$ ), e che la fascia latitudinale vada da  $30^\circ\text{N}$  a  $75^\circ\text{N}$ . Di conseguenza, un esempio di esecuzione dello script è dato dal comando:

```
./select.sh va GFDL-CM3 pathdeldataset/GFDL-CM3/ 1962 2001 144 73 30 75
```

In particolare, il livello di pressione e la stagione invernale (DJF) sono stati selezionati direttamente per ciascun file del dataset (operatori *sellevel* e *selseas*), mentre la selezione temporale complessiva (*seldate*) è stata applicata solo dopo aver unito i diversi file in un unico file in uscita (*mergetime*) e dopo aver impostato un unico tempo di presa dati giornaliera (*settime*). I dati sono stati poi interpolati su una griglia regolare (*remapdis*) e selezionati in latitudine (*sellonlatbox*). Per facilitare l'analisi successiva, è stato eliminato il giorno del 29 febbraio per gli anni bisestili (*del29feb*, operatore non documentato ufficialmente ma funzionante nella release attuale, privo di effetto sui dati corrispondenti ad anni non bisestili); in questo modo ciascun inverno è costituito da 90 giorni.

È bene specificare che, nonostante il software CDO permetta di concatenare più comandi, si è scelto comunque di utilizzare la forma non contratta per rendere più chiari i diversi passaggi in fase di stesura e per facilitare eventuali correzioni/integrazioni ad hoc allo script di base per processare alcuni dataset con caratteristiche non pienamente rispondenti alle selezioni iniziali.

#### 2.4.4 Calcolo degli spettri di Hayashi e delle variabili climatologiche

I file prodotti con lo script *select.sh* sono stati processati successivamente dallo script Matlab *CMIP5Hayashi.m*, riassunto tramite lo schema 2.8 e riportato interamente nell'appendice B.

La lettura dei dati di velocità, con le coordinate registrate di longitudine, latitudine, livello di pressione, tempo di misura, viene realizzata grazie alla funzione *ncread* della libreria Matlab *netCDF*. I dati di velocità meridionale, registrati nella matrice *va*, vengono poi mediati in direzione meridionale secondo l'equazione 2.20, valida in approssimazione geostrofica. A questo punto si calcolano gli spettri di Hayashi per ogni inverno e la metrica (variabili climatologiche) per le componenti verso ovest, verso est, totale, standing e viaggiante, secondo le definizioni di Pratt e Fraedrich. Per le diverse componenti vengono inoltre calcolati e graficati gli spettri mediati sui 39 inverni considerati (dal 1962 al 2001) e moltiplicati per numero d'onda e frequenza, in modo da ottenere grafici log-log con aree geometriche uguali corrispondenti a una varianza uguale. Tutte le variabili fondamentali calcolate nello script hanno un prefisso dato dal nome del dataset (di default, *gfdlcm3*) e vengono salvate nel file *.mat* con nome dato dalla stessa stringa del prefisso *.*. Anche i plot prodotti sono salvati con lo stesso prefisso del dataset.

Due esempi di output dello script sono riportati nelle fig. 2.9 - 2.14, dove i grafici si riferiscono rispettivamente alla reanalisi NCEP-NCAR, di riferimento, e al dataset GFDL-CM3 esemplificativo delle simulazioni CMIP5. Per ciascuno dei due, è riportata in un primo grafico la scomposizione dello spettro in parte verso est e verso ovest (comune agli schemi di Pratt e Fraedrich), e poi in due grafici separati la componente totale, standing, viaggiante verso est e viaggiante verso ovest, secondo i due autori (in cui solo la definizione di parte viaggiante è comune).

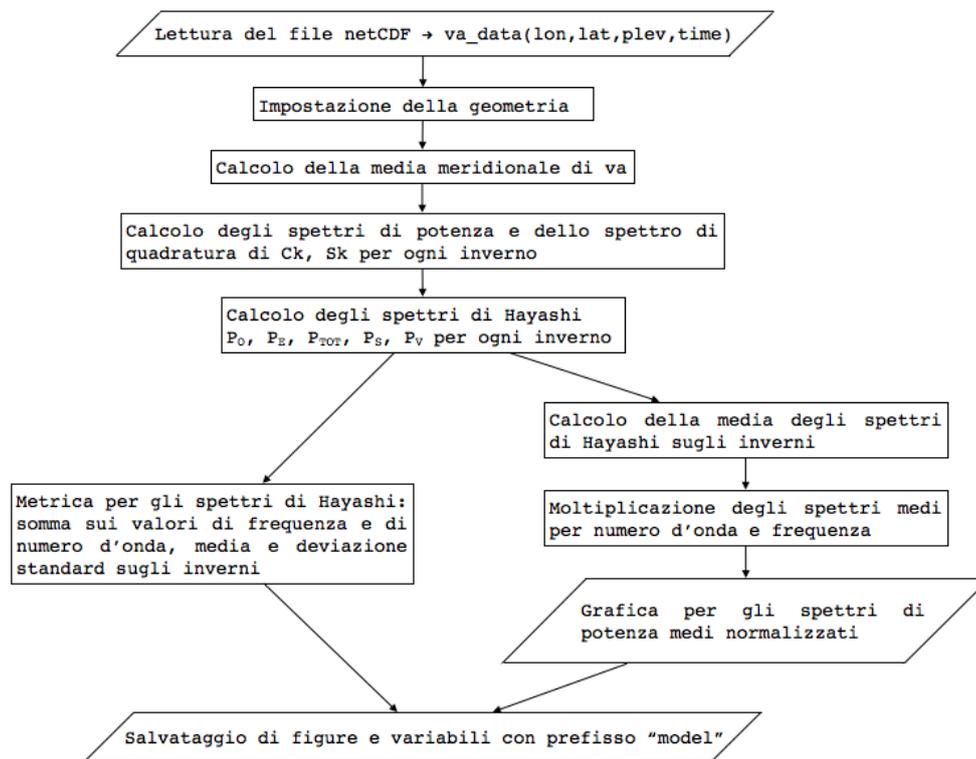
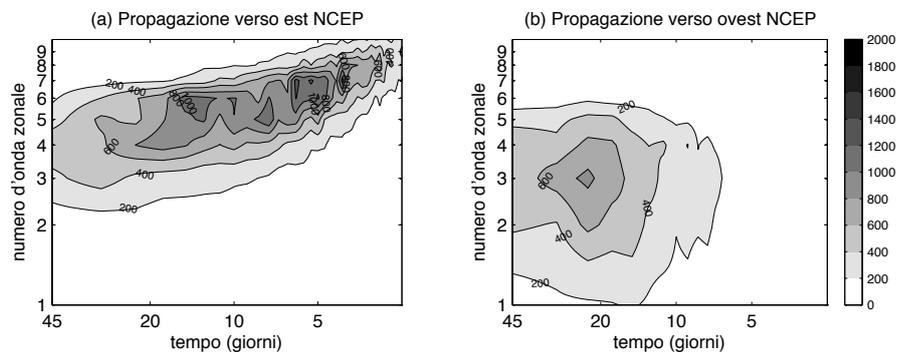


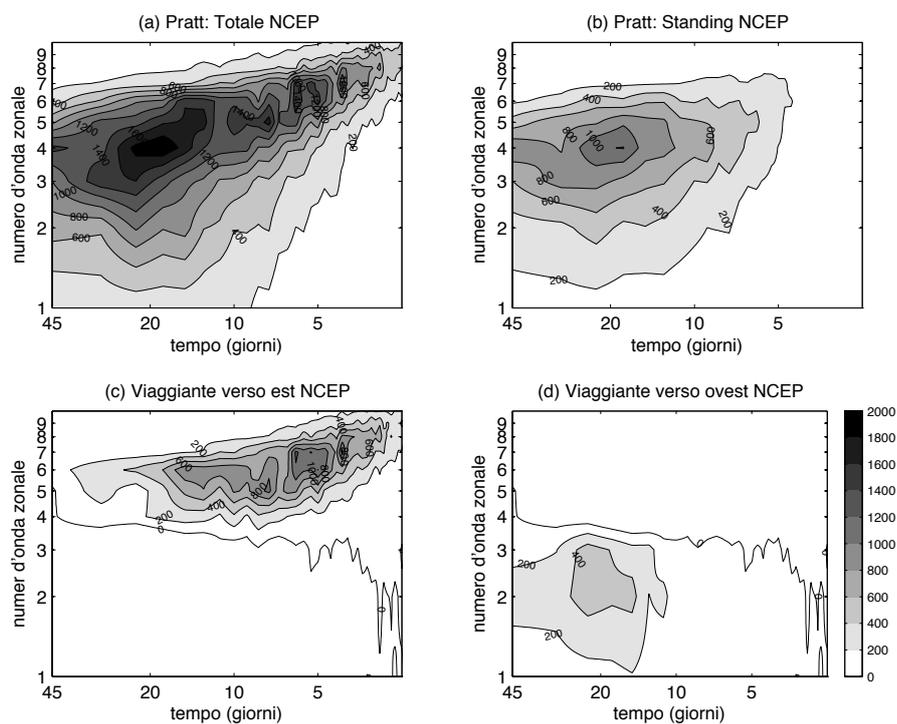
Figura 2.8. Schema del programma Matlab CMIP5Hayashi.m.

Considerando i grafici di riferimento per la reanalisi (fig. 2.9-2.11), si può notare innanzitutto che le porzioni dello spettro verso est e verso ovest (fig. 2.9) presentano una struttura analoga a quelli viaggianti nelle due direzioni (2.10 e 2.11, (c)-(d)). Inoltre, per entrambi gli schemi di Pratt e Fraedrich in fig 2.10 e 2.11, la maggior parte della varianza totale, (a), è concentrata nella zona a bassa frequenza e basso numero d'onda (LFLW) e può essere ricondotta soprattutto alle onde standing (b) e a quelle che viaggiano verso ovest (d). La regione ad alta frequenza e alto numero d'onda (HFHW), che corrisponde soprattutto a disturbi sinottici, contiene una porzione più piccola della varianza totale ed è legata a alle onde che viaggiano verso est (c).

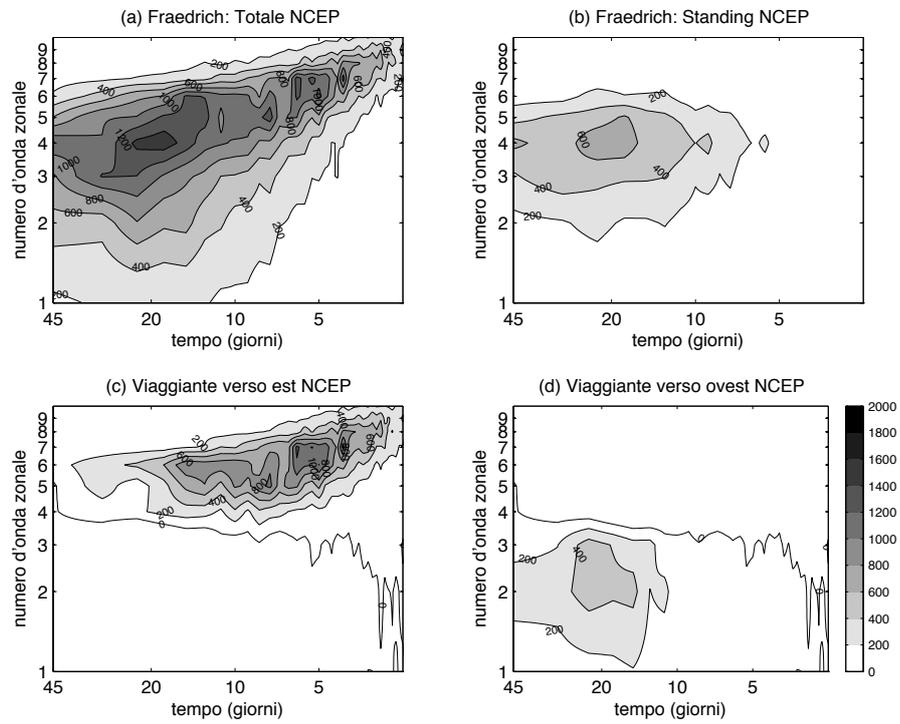
Come già detto, le onde che viaggiano verso est nella regione HFHW e le onde standing nella regione LFLW rappresentano la descrizione, da parte del modello, rispettivamente delle onde barocline e di quelle planetarie. Lo spettro medio per le onde che viaggiano verso est (c) presenta un lobo in pendenza che è un possibile indizio di una relazione di dispersione  $\omega = \omega(k)$  che definisce le proprietà cinematiche delle onde barocline. La larghezza dello spettro è legata al fatto che in realtà le onde osservate hanno un ciclo di vita che prevede crescita e decadimento, oltre alla semplice propagazione. L'assenza di un pattern analogo nelle onde che viaggiano verso ovest (d) suggerisce che fenomeni fisici con proprietà di propagazione ben definite relativi a tale tipo di onde possono non essere individuati dal metodo impiegato. D'altra parte, le onde standing presentano un picco al numero d'onda 4 e a un periodo di circa 20 giorni, mentre dalla teoria delle onde lineari di Rossby si ha che le onde risonanti a bassa frequenza hanno numero d'onda 3; ciò suggerisce che un modello



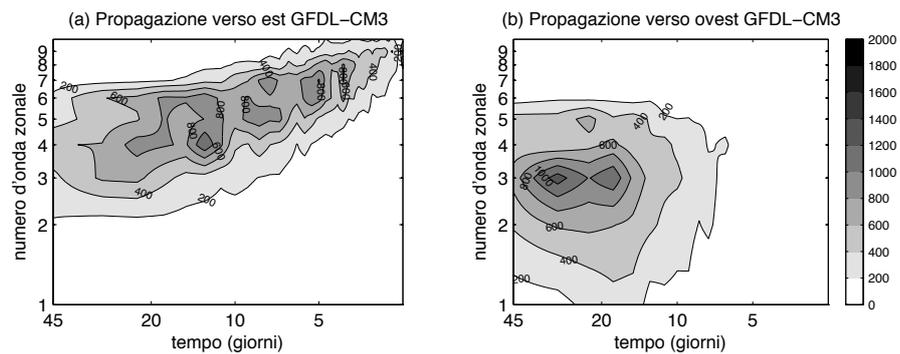
**Figura 2.9.** Spettri di Hayashi verso est (a) e verso ovest (b) dell'altezza geopotenziale ricostruita a 500 hPa in  $m^2$  per la reanalisi NCEP-NCAR, in accordo alle definizioni sia di Pratt che di Fraedrich.



**Figura 2.10.** Spettri di Hayashi totale (a) e standing (b) per Pratt, viaggiante verso est (c) e verso ovest (d), secondo le definizioni comuni di Pratt e Fraedrich, dell'altezza geopotenziale ricostruita a 500 hPa in  $m^2$  per la reanalisi NCEP-NCAR.



**Figura 2.11.** Spettri di Hayashi totale (a) e standing (b) per Fraedrich, viaggiante verso est (c) e verso ovest (d), secondo le definizioni comuni di Pratt e Fraedrich, dell'altezza geopotenziale ricostruita a 500 hPa in  $m^2$  per la reanalisi NCEP-NCAR.



**Figura 2.12.** Spettri di Hayashi verso est (a) e verso ovest (b) dell'altezza geopotenziale ricostruita a 500 hPa in  $m^2$  per il modello GFDL-CM3, in accordo alle definizioni sia di Pratt che di Fraedrich.

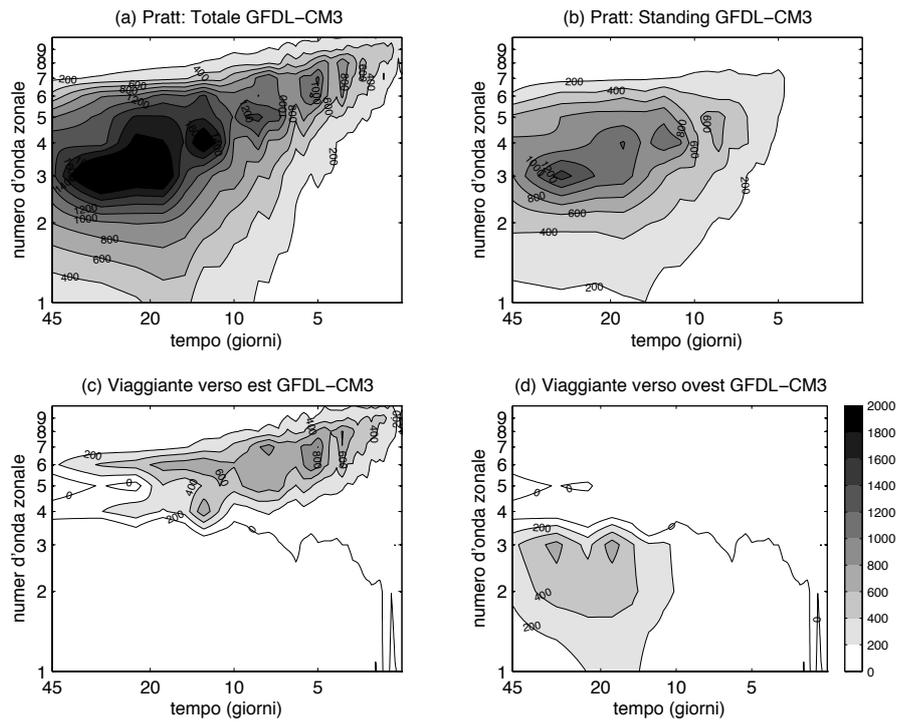


Figura 2.13. Spettri di Hayashi totale (a) e standing (b) per Pratt, viaggiante verso est (c) e verso ovest (d) secondo le definizioni comuni di Pratt e Fraedrich, dell'altezza geopotenziale ricostruita a 500 hPa in  $m^2$  per il modello GFDL-CM3.

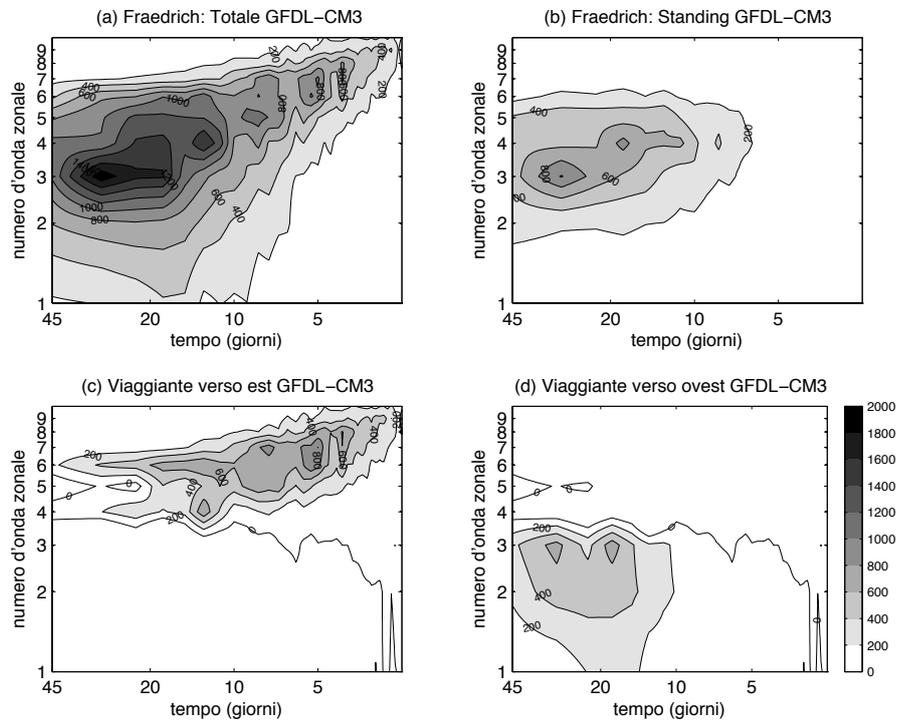


Figura 2.14. Spettri di Hayashi totale (a) e standing (b) per Fraedrich, viaggiante verso est (c) e verso ovest (d) secondo le definizioni comuni di Pratt e Fraedrich, dell'altezza geopotenziale ricostruita a 500 hPa in  $m^2$  per il modello GFDL-CM3.

semplice come questo può risultare inadeguato se si considerano proprietà climatiche specifiche [6].

Confrontando tra loro le stime delle onde standing in Pratt (fig. 2.10 (b)) e Fraedrich (fig. 2.11 (b)) si nota una sovrastima delle onde standing di Pratt rispetto a Fraedrich, come atteso alla luce delle considerazioni fatte nel capitolo precedente (v. sez. 1.4) e un picco più definito. Nelle due figure, lo spettro totale ( $a$ ), somma dello spettro viaggiante totale ( $c + d$ ) e di quello standing ( $b$ ) risente direttamente di questa differenza tra le due definizioni di onda standing e ha un valore maggiore nel caso di Pratt (per il quale si ricorda che la definizione originale 1.70 di spettro totale è stata modificata in somma della parte standing e viaggiante).

Confrontando con la reanalisi l'output del dataset GDFL-CM3 (fig. 2.12-2.14), si nota innanzitutto uno sdoppiamento e una sovrastima del picco a  $k = 3$  delle onde verso ovest (fig. 2.12, (b)), che si ripete anche nel grafico delle onde viaggianti in quella direzione (2.13 e 2.14, (d)). Sia per Pratt che per Fraedrich si può osservare una generale sovrastima nella varianza totale ( $a$ ) per la regione LFLW e un altro picco in corrispondenza di  $k = 3$  che compare anche nelle onde standing ( $b$ ). Tuttavia, confrontare gli spettri di Hayashi dei modelli, tra loro e con quelli della reanalisi, da un punto di vista puramente grafico consente solamente considerazioni qualitative. Per avere degli strumenti quantitativi, di tipo statistico, per analizzare gli output dei modelli in maniera più sistematica, è stato messo a punto lo script Matlab illustrato nel paragrafo successivo.

### 2.4.5 Confronto dei modelli

I file .mat salvati come output dello script *CMIP5Hayashi.m*, contenenti le variabili spettrali significative per ciascun modello e per la reanalisi NCEP-NCAR, sono stati dunque passati in input allo script *ensemble.m* (v. appendice C), che calcola media e dispersione dell'ensemble dei modelli per le variabili climatologiche considerate (variabilità intrastagionale e interannuale totale, variabilità per onde standing e viaggianti verso est). In questo modo è possibile vedere come gli output dei singoli modelli si collochino rispetto alla media dell'ensemble e ai risultati della reanalisi.

Lo script richiama innanzitutto le variabili necessarie per il calcolo delle medie di ensemble. Si tratta delle variabili tipo *modelname\_fs\_tot* e *modelname\_fs\_tot\_s* per la variabilità totale (rispettivamente media e deviazione standard della varianza totale  $E_{TOT}^n$  su tutto il dominio, in accordo alle definizioni di Pratt e Fraedrich), da un lato, e *modelname\_sr\_llsta*, *modelname\_sr\_llsta\_s* (media e deviazione standard della varianza standing  $E_S^n$  sul sottodominio LFLW, secondo le definizioni di Pratt e Fraedrich) per la variabilità delle onde planetarie, *modelname\_sr\_hhtreast* e *modelname\_sr\_hhtreast\_s* (media e deviazione standard della varianza viaggiante verso est  $E_{Vest}^n$  sul sottodominio HFHW, con la stessa definizione per i due autori) per la variabilità delle onde viaggianti verso est. Le variabili con lo stesso suffisso vengono memorizzate in un vettore che ha per indice il  $j$ -esimo modello. Per la reanalisi il discorso è analogo, con la differenza che i dati si troveranno in un'altra directory e che le variabili avranno prefisso *rea\_name*.

Sulle variabili dei modelli vengono calcolate la media e la deviazione standard dell'ensemble. In un primo caso verrà riportata la variabilità interannuale totale  $\sigma_{E_{TOT}(\Omega)}$  in funzione della variabilità intrastagionale totale  $\langle E_{TOT}(\Omega) \rangle$ , pertanto la media dell'ensemble viene ottenuta tramite le medie di media e deviazione

standard della varianza totale  $E_{TOT}^n$  su tutto il dominio, mentre la deviazione standard dell'ensamble è ottenuta tramite le deviazioni standard di media e deviazione standard della varianza totale  $E_{TOT}^n$  su tutto il dominio. Successivamente saranno invece riportate la variabilità intrastagionale per le onde che viaggiano verso est nella regione HFHW  $< E_{Vest}(HFHW) >$  in funzione di quella per le onde standing nella regione LFLW  $< E_S(LFLW) >$  e la definizione di media e deviazione standard dell'ensamble è analoga.

La media dell'ensamble dei modelli costituisce il centro di un'ellisse concentrica di dispersione dei dati, dove i semiassi dell'ellisse interna (esterna) sono pari alla deviazione standard (al doppio della deviazione standard) dei dati nella direzione corrispondente.

Per ogni modello e per la reanalisi la funzione *ploterr*, inserita in uno script a parte qui non riportato, permette di disegnare i punti del grafico della metrica in esame, con le barre di errore sull'asse delle ascisse, e di assegnargli un'etichetta di posizione relativa selezionabile tramite un parametro in input. Per ogni punto del grafico relativo alla variabilità totale, la barra orizzontale corrisponde al 95% di livello di confidenza di  $< E_{TOT}(\Omega) >$ , e la larghezza totale della barra è pari a  $2\sigma_{E_{TOT}}/\sqrt{n}$ , con  $n=39$  numero di inverni. Questa stima dell'incertezza sulla media è giustificata dal fatto che per tutti i modelli e per la reanalisi si può verificare che le serie temporali  $E_{TOT}^n(\Omega)$  sono compatibili con l'ipotesi di rumore bianco (non ci sono correlazioni significative). Analoghe considerazioni possono essere fatte anche per le serie temporali per la variabilità delle onde standing e viaggianti verso est, e dunque anche in questo caso per ogni punto la barra di errore orizzontale (verticale) ha larghezza totale pari a  $2\sigma_E/\sqrt{n}$ , per  $E = E_S$  ( $E = E_{Vest}$ ).

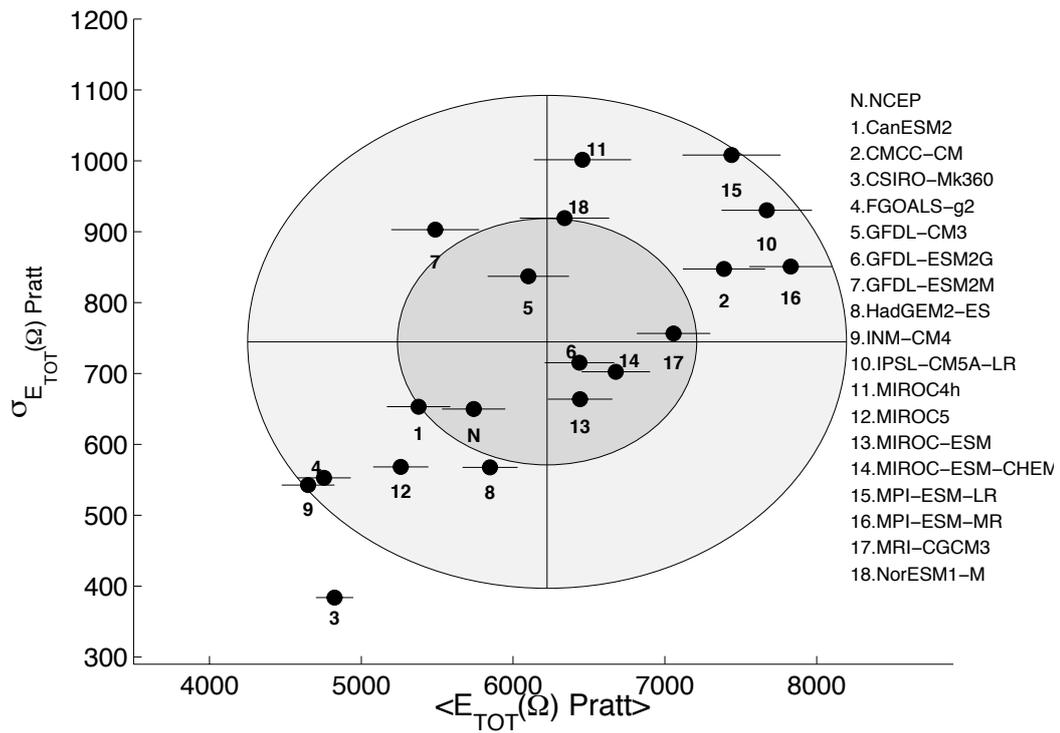
Processando i dataset CMIP5 con questo programma, si sono ottenuti i grafici riportati nelle figure 2.15 e 2.16. Nel caso di variabilità totale, nei grafici 2.15(a) e 2.15(b) rispettivamente per Pratt e Fraedrich, l'errore sulla variabilità interannuale non è stato considerato, perché altrimenti il grafico sarebbe risultato illeggibile; la lunghezza delle serie temporali evidentemente non è sufficiente da consentire una valutazione statistica di questa variabile climatologica. Tenendo conto di questa limitazione, si può osservare comunque che i valori di  $< E_{TOT}(\Omega) >$  assumono dei valori maggiori per Pratt rispetto a Fredrich (come atteso in base ai grafici spettrali del paragrafo precedente), ma anche che la dispersione dei dati pesata con il valore medio è analoga nelle due trattazioni. Inoltre, i modelli maggiormente in accordo con la reanalisi sono in entrambi i casi CanESM2, HadGEM2-ES, GFDL-CM3, GFDL-ESM2M. Il grafico indica soprattutto che in media i modelli sovrastimano entrambi gli indicatori, anche se si ha comunque un buon accordo con le osservazioni: la reanalisi si trova entro una deviazione standard (ellisse più interna) rispetto al centro dell'ensemble. Tutti i modelli, eccetto uno (CSIRO-Mk3.6.0) si trovano entro due deviazioni standard e in generale variabilità interannuale e intrastagionale sono linearmente e positivamente correlate.

Nel caso di variabilità riferita ai due tipi di onde, in fig.2.16(a) e 2.16(b), invece, mediamente i modelli sovrastimano la variabilità associata alle onde standing LFLW e sottostimano quella delle onde barocline verso est HFHW. Lungo l'asse delle ascisse, sebbene nel primo grafico (in accordo con Pratt) si abbia di nuovo un valore standing maggiore in valore assoluto che nel secondo (Fraedrich), la dispersione dei dati pesata con il valore medio è equivalente. In entrambi i grafici si può notare che la reanalisi si trova nell'ellisse più interna e tutti i modelli, eccetto FGOALS-g2, CanESM2 nel

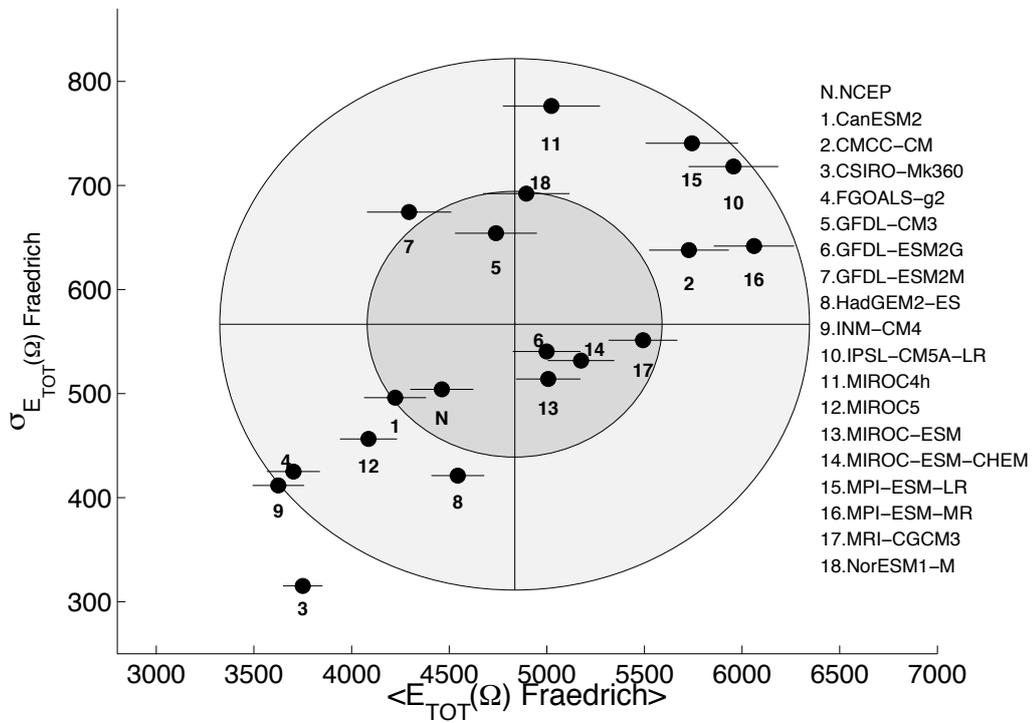
primo caso e CSIRO-Mk360 nel secondo, si trovano entro l'ellisse più esterna. In questo schema il modello HadGEM2-ES, che pure aveva una stima della variabilità totale in buon accordo con i dati osservati, qui risulta del tutto sovrapponibile con i dati della reanalisi e nel modello di Pratt se ne avvicina maggiormente. Molti modelli sono comunque compatibili con la reanalisi entro una deviazione standard per la stima della variabilità delle onde barocline (HadGEM2-ES, GFDL-ESM2G, MPI-ESM-LR, MIROC4h) e per quella delle onde standing (HadGEM2-ES, GFDL-CM3 e MIROC-ESM-CHEM nel caso di Fraedrich).

Dal punto di vista dello studio delle variabili climatologiche utilizzate per valutare le prestazioni dei modelli, le definizioni spettrali adoperate da Pratt e Fraedrich per le onde standing risultano quindi equivalenti.

Per quanto riguarda la performance delle singole simulazioni, occorrerebbe analizzare alcuni parametri caratteristici di ognuna di esse, come ad esempio la risoluzione orizzontale e verticale impiegata, e rendere conto delle singole componenti dei modelli, come ad esempio la chimica (ozono, aerosol), che può essere inserita interattivamente nella simulazione o contribuire come elemento forzante al modello. Può essere interessante anche vedere se versioni successive di uno stesso modello abbiano portato nel tempo a variazioni significative. Una trattazione di questo tipo, tuttavia, esula dagli scopi di questo lavoro. Di fatto, gli argomenti fin qui illustrati costituiscono la tecnica di base per poter trattare nel dettaglio i problemi di variabilità atmosferica con i modelli climatici attuali.

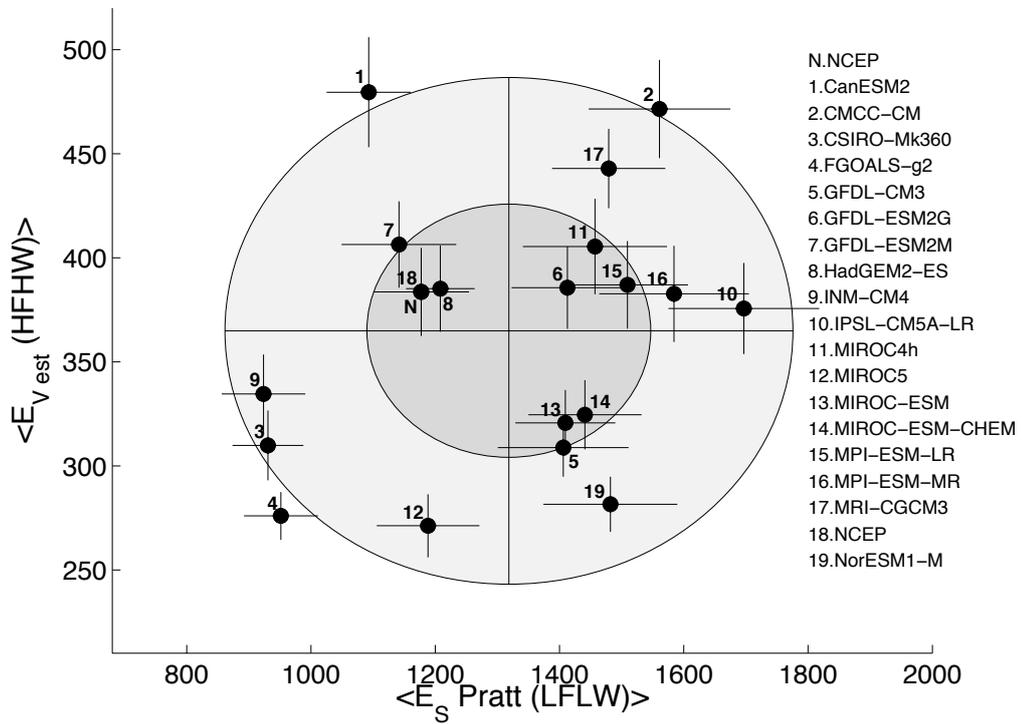


(a)

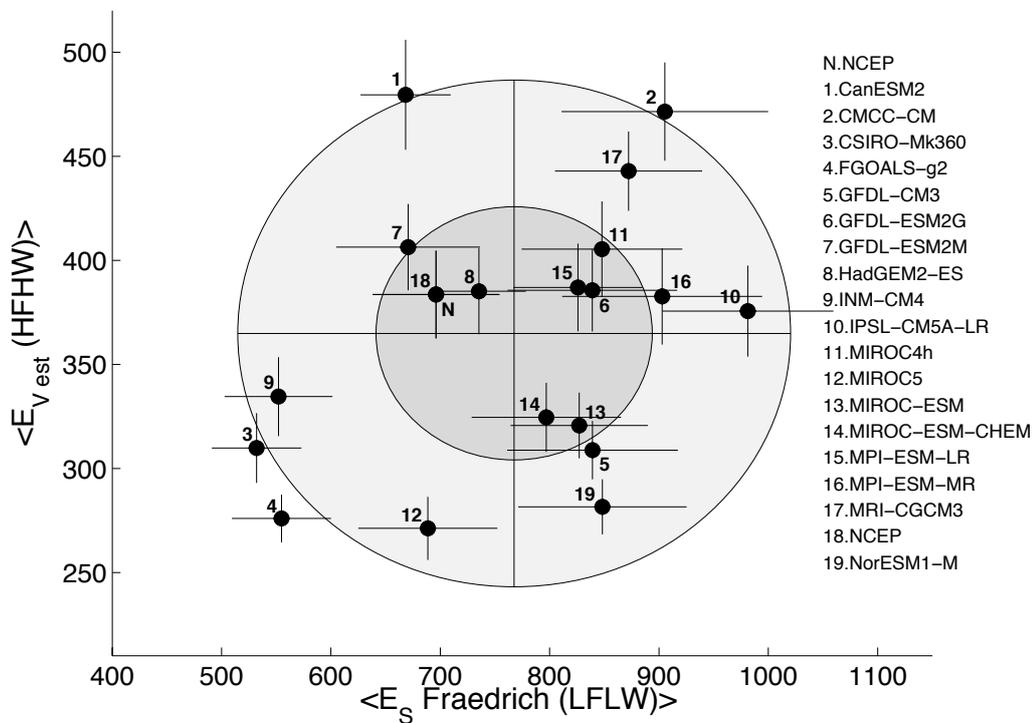


(b)

**Figura 2.15.** Scatter plot della deviazione standard interannuale  $\sigma_{E_{TOT}(\Omega)}$  in funzione del valor medio  $\langle E_{TOT}(\Omega) \rangle$  dello spettro totale integrato sull'intero dominio di frequenze e numeri d'onda, per la reanalisi NCEP e i modelli CMIP5, secondo le definizioni spettrali di Pratt (a) e Fraedrich (b).



(a)



(b)

**Figura 2.16.** Scatter plot di  $\langle E_{V_{est}}(\Omega_{HFHW}) \rangle$ , valore medio del sottodominio spettrale integrato nella regione di alta frequenza e alto numero d'onda (HFHW) per le onde che viaggiano verso est (definizione comune per Pratt e Fraedrich), in funzione di  $\langle E_S(\Omega_{LFLW}) \rangle$ , valore medio del sottodominio spettrale integrato nella regione bassa frequenza e basso numero d'onda (LFLW) per le onde standing, dove gli spettri di queste ultime seguono le definizioni di Pratt (a) e di Fraedrich (b). I modelli selezionati sono gli stessi della fig. 2.15.

# Conclusioni

In questo lavoro sono state confrontate diverse formulazioni di una tecnica di analisi spettrale per calcolare gli spettri di potenza spazio-temporali delle serie storiche, tramite la decomposizione dei segnali e dei loro spettri in parti standing e viaggianti, potenzialmente riconducibili a fenomeni di tipo diverso, e poi applicato lo stesso in ambito climatologico allo studio della variabilità atmosferica alle medie latitudini.

La validità del metodo spettrale formulato, che prevede un'analisi di Fourier sia nel dominio dello spazio che nel tempo, è del tutto generale e le sue applicazioni possono essere diverse. Nella trattazione originale di Hayashi questo tipo di approccio è stato impiegato per studiare gli spettri di varianza dei fenomeni ondulatori atmosferici. Le tecniche sviluppate sono state in seguito riformulate da R.W. Pratt e Fraedrich per superare alcune problematiche relative proprio alla natura dei dati considerati e, in questa versione, sono oggi usate anche in ambito climatologico.

Nel capitolo 1, le diverse definizioni per la partizione dello spettro di varianza sono state da me testate su alcuni segnali di prova. A fronte di un segnale in ingresso di puro rumore, in nessuno dei tre casi si sono evidenziate strutture spurie a basse e medie frequenze. Anche per un'onda puramente standing o viaggiante i tre metodi si equivalgono, mentre per un segnale costituito dalla somma di un'onda standing e di un'onda viaggiante di uguale ampiezza, frequenza e numero d'onda di riferimento la definizione di porzione di spettro standing data da Pratt attribuisce un peso più simile alle due componenti e, quindi, sembra configurarsi come l'impostazione migliore per la partizione dello spettro totale.

Successivamente (cap. 2), ho applicato le tecniche spettrali di Hayashi, nella versione di Pratt e Fraedrich, all'analisi degli output dei modelli globali di simulazione climatica storica appartenenti al progetto CMIP5. Scegliendo l'emisfero Nord come riferimento, ho quindi calcolato gli spettri di potenza nello spazio delle fasi delle frequenze  $\omega$  e dei numeri d'onda zonali  $k$  del segnale di altezza geopotenziale a 500 hPa mediato sulla cintura latitudinale 30°N-75°N. L'analisi spettrale effettuata ha rivelato una serie di picchi e di strutture riconducibili alla fenomenologia delle onde barocline viaggianti verso est, nella regione ad alta frequenza e alto numero d'onda, e delle onde planetarie, nella regione a basso numero d'onda e bassa frequenza della porzione standing dello spettro. La tecnica scelta quindi ha dimostrato di essere un valido strumento per l'individuazione di onde che si sviluppano nell'atmosfera in seguito a processi differenti.

La variabilità totale, definita come somma su tutto lo spazio delle fasi ( $k, \omega$ ) dello spettro di varianza totale, ha poi permesso di valutare le performance generali di ciascun modello. La variabilità corrispondente alle onde planetarie e quella per le onde barocline che viaggiano verso est sono state invece usate per descrivere le performance dei modelli in connessione con i processi fisici corrispondenti.

Per confrontare i modelli CMIP5 tra loro e con la reanalisi NCEP-NCAR (simulazione di riferimento per i dati osservati, interpolati e reinterpretati mediante modelli di previsione a breve termine), sono state poi costruite le medie di *ensemble*. In media i modelli tendono a sovrastimare la variabilità totale intrastagionale e interannuale e quella relativa alle onde planetarie, mentre la variabilità delle onde barocline risulta sottostimata. Per entrambe le metriche climatologiche si è ottenuto comunque che la reanalisi si trova entro una deviazione standard dalla media dell'ensemble e che quasi tutti i modelli si trovano entro due deviazioni standard. Una delle simulazioni (HadGEM2-ES) produce un output compatibile con la reanalisi (a meno della variabilità totale interannuale) in entrambe le metriche. Infine, portando avanti parallelamente le due analisi con la decomposizione degli spettri di potenza totale e standing definita in maniera differente per Pratt e Fraedrich, si riscontra che ai fini delle valutazioni di ensemble le due trattazioni risultano equivalenti. Evidentemente, le differenze tra le risposte spettrali basate sulle definizioni di Pratt e Fraedrich riscontrate in un primo momento vengono meno quando si ha a che fare con fenomeni complessi, caratterizzati da molte frequenze e numeri d'onda.

In conclusione, il metodo spettrale impiegato ha permesso non solo di riconoscere e descrivere alcuni fenomeni importanti che si verificano alle latitudini considerate, ma anche di valutarne la variabilità intrastagionale e, sulla base di quest'ultima, di confrontare tra loro i vari modelli climatici. Pertanto, l'analisi spettrale si è rivelata come uno strumento molto potente per caratterizzare sia i fenomeni fisici che le simulazioni climatiche che li hanno prodotti.

# Appendice A

## Bash script per le selezioni sui dataset climatici

```
#!/bin/sh

##### Bash script select.sh

# Definizione della directory di lavoro e dei parametri posizionali
workdir=$PWD
var=$1
nickname=$2
dir=$3
annoInizio=$4
annoFine=$5
nlon=$6
nlat=$7
latmin=$8
latmax=$9

# Riepilogo dei dati
echo "Script per impostare la struttura dei dataset dei modelli per
     misure invernali di ${var} a 500 mb"
echo "Definizione del dataset : $nickname "
echo "Directory di provenienza : $dir"
echo "Variabile di riferimento : ${var}"

# Selezione del livello di pressione e delle stagioni invernali (DJF)
COUNT=0
for FILEREADORIG in $dir/${var}*
do
FILEREAD=$(basename $FILEREADORIG)
echo "File $FILEREAD: "

echo "selezione del livello di pressione 500 mb ..."
cdo sellevel,50000 ${FILEREADORIG} $workdir/${nickname}_500mb_${FILEREAD}
echo "selezione della stagione invernale (DJF) ..."
cdo selseas,DJF ${nickname}_500mb_${FILEREAD} ${nickname}_DJF_500mb_${
FILEREAD}
(( COUNT++ ))
rm ${nickname}_500mb_*
done
```

```

# Fusione dei file e selezione temporale complessiva
echo "Fusione di $COUNT file di tipo ${nickname}_DJF_500mb_ nell'unico
    file ${nickname}_mergedDJF_500mb ..."
COUNTFILE=0
declare -a DJFARRAY
for FILEDJFORIG in ./${nickname}_DJF_500mb*
do
FILEDJF=$(basename $FILEDJFORIG)
DJFARRAY[$COUNTFILE]=$FILEDJF
(( COUNTFILE++ ))
done
cdo mergetime ${DJFARRAY[*]} ${nickname}_mergedDJF_500mb.nc
rm ${nickname}_DJF_500mb_*

echo "Gli anni presenti nel dataset sono: "
cdo showyear ${nickname}_mergedDJF_500mb.nc
echo "L'intervallo temporale individuato e' : $annoInizio - $annoFine"
echo "Selezione delle sequenze D-J-F definitive ..."
cdo settime,12:00:00 ${nickname}_mergedDJF_500mb.nc ${nickname}
    _h12_mergedDJF_500mb.nc
cdo seldate,$annoInizio-12-01T12:00:00,$annoFine-02-28T12:00:00 ${
    nickname}_h12_mergedDJF_500mb.nc ${nickname}_${annoInizio}-${annoFine}
    _h12_mergedDJF_500mb.nc

# Interpolazione spaziale e selezione della cintura longitudinale
echo "Remapping dei valori su una griglia lonlat r<NX>x<NY> = r${nlon}x${
    nlat}"
cdo remapdis,r${nlon}x${nlat} ${nickname}_${annoInizio}-${annoFine}
    _h12_mergedDJF_500mb.nc ${nickname}_remap${nlon}x${nlat}_${annoInizio}
   }-${annoFine}_h12_mergedDJF_500mb.nc
echo "Selezione della cintura latitudinale: da ${latmin} gradi a ${latmax}
    } gradi "
cdo sellonlatbox,0,357.5,$latmin,$latmax ${nickname}_remap${nlon}x${nlat}
    _${annoInizio}-${annoFine}_h12_mergedDJF_500mb.nc ${nickname}_lat${
    latmin}to${latmax}_remap${nlon}x${nlat}_${annoInizio}-${annoFine}
    _h12_mergedDJF_500mb.nc

# Esclusione del 29 febbraio
echo "Esclusione del 29 febbraio per gli anni bisestili"
cdo del29feb ${nickname}_lat${latmin}to${latmax}_remap${nlon}x${nlat}_${
    annoInizio}-${annoFine}_h12_mergedDJF_500mb.nc ${nickname}
    _no29feb_lat${latmin}to${latmax}_remap${nlon}x${nlat}_${annoInizio}-${
    annoFine}_h12_mergedDJF_500mb.nc

# File finale
echo "Il file finale prodotto e': ${nickname}_no29feb_lat${latmin}to${
    latmax}_remap${nlon}x${nlat}_${annoInizio}-${annoFine}
    _h12_mergedDJF_500mb.nc"

# Rimozione di file intermedi
rm ${nickname}_mergedDJF_500mb.nc
rm ${nickname}_h12_mergedDJF_500mb.nc
rm ${nickname}_${annoInizio}-${annoFine}_h12_mergedDJF_500mb.nc
rm ${nickname}_remap${nlon}x${nlat}_${annoInizio}-${annoFine}
    _h12_mergedDJF_500mb.nc
rm ${nickname}_lat${latmin}to${latmax}_remap${nlon}x${nlat}_${annoInizio}
   }-${annoFine}_h12_mergedDJF_500mb.nc
#####

```

## Appendice B

# Script Matlab per il calcolo degli spettri di Hayashi e delle variabili climatologiche

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Script matlab CMIP5Hayashi.m %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

clear; clc; close all;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Definizioni

g = 9.80665; % accelerazione di gravita' [m s^(-2)]
r = 6370000; % raggio terrestre [m]
om = 2*pi/86400; % velocita' angolare di rotazione terrestre [s^(-1)]
ndays = 90; % numero di giorni per la stagione invernale

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Apertura del file netCDF e impostazione della geometria

ncid = netcdf.open(...
'GFDL-CM3_no29feb_lat30to75_remap144x73_1962-2001_h12_mergedDJF_500mb.nc'
, 'NC_NOWRITE');
vinfo = ncinfo(...
'GFDL-CM3_no29feb_lat30to75_remap144x73_1962-2001_h12_mergedDJF_500mb.nc'
, 'va');
vvarSize = {vinfo.Dimensions.Length};
nlon = vvarSize{1};
nlat = vvarSize{2};
nplev = vvarSize{3};
ntim = vvarSize{4};
lat = ncread(...
'GFDL-CM3_no29feb_lat30to75_remap144x73_1962-2001_h12_mergedDJF_500mb.nc'
, 'lat');
lon = ncread(...
'GFDL-CM3_no29feb_lat30to75_remap144x73_1962-2001_h12_mergedDJF_500mb.nc'
, 'lon');
va_data = ncread(...
'GFDL-CM3_no29feb_lat30to75_remap144x73_1962-2001_h12_mergedDJF_500mb.nc'
, 'va');

filename=vinfo.FileName;
```

```

pos1 = flipplr(strfind(filename, '/'));
pos2 = strfind(filename, '_');
dataset=filename(pos1(1)+1:pos2(1)-1);
c = (cos(lat*pi/180.));
s = (sin(lat*pi/180.));
nyears=ntim/ndays;
time=0:(1/(ndays)):1/2;
zonal=0:1:(nlon/2);
period=1./time(2:ndays/2+1);

% Vorticita' planetaria nei punti di griglia u
f_v = 2*om*s;

% Array di lunghezze d'onda
kappa= [1 1:nlon/2 nlon/2-1:-1:1];

% Matrice dei dati di velocita' meridionale
va=1.*squeeze(va_data(:, :, :, 1:ntim));

%%%%%% Calcolo della media meridionale

gfdlcm3_z_ave = zeros(ntim,nlon);
norm = sum(c);
gfdlcm3_vmax=0.;
for itime=1:ntim
    for ilon=1:nlon
        gfdlcm3_z_ave(itime,ilon)= (r/g)*c'.*f_v(:)'.*va(ilon,:,itime)*c/norm;
        gfdlcm3_vmax=max(abs(va(ilon,:,itime)));
    end
end

%%%%%% Calcolo degli spettri di Hayashi

powercos=zeros(ndays,nlon,nyears);
powersin=powercos;
cospec=powercos;
quadr=powercos;
fftspec=zeros(ndays,nlon);
avetotF=zeros(ndays/2+1,nlon/2+1);
avetotP=avetotF;
avepeast=avetotF;
avepwest=avetotF;
avetr=avetotF;
avetreast=avetotF;
avetrwest=avetotF;
avestaF=avetotF;
avestaP=avetotF;
gfdlcm3_avetotFnorm=avetotF;
gfdlcm3_avetotPnorm=avetotF;
gfdlcm3_avepeastnorm=avetotF;
gfdlcm3_avepwestnorm=avetotF;
gfdlcm3_avetrnorm=avetotF;
gfdlcm3_avetreastnorm=avetotF;
gfdlcm3_avetrwestnorm=avetotF;
gfdlcm3_avestaFnorm=avetotF;
gfdlcm3_avestaPnorm=avetotF;

%% Inizio del ciclo sugli inverni considerati

```

```

for iyear=1:nyears
    zeta=zeros(ndays,nlon);
    zeta(:,:)=gfdlcm3_z_ave(90*(iyear-1)+1:90*iyear,:);

% Calcolo dei coefficienti di Fourier lungo le longitudini
xfft=zeros(ndays,nlon);
for itime=1:ndays
    xfft(itime,:)=fft(zeta(itime,:))/nlon;
    xfft(itime,:)=xfft(itime,:)./kappa;
end
cosxfft=2*real(xfft);
sinxfft=2*imag(xfft);

% Calcolo degli spettri di potenza e del cross spettro di ck e sk
ndays2=ndays*ndays;
for i=1:nlon
    powercos(:,i,iyear)=fft(cosxfft(:,i)).*conj(fft(cosxfft(:,i)))/ndays2;
    powersin(:,i,iyear)=fft(sinxfft(:,i)).*conj(fft(sinxfft(:,i)))/ndays2;
    fftspec(:,i)=fft(cosxfft(:,i)).*conj(fft(sinxfft(:,i)))/ndays2;
end
cospec(:,:,iyear)=real(fftspec(:,:,i));
quadr(:,:,iyear)=-imag(fftspec(:,:,i));

end

%% Fine del ciclo sugli inverni

%% Spettri di Hayashi annuali (invernali)

% Spettri di potenza, cospettro e quadratura one-sided
powercos_1s=powercos(1:ndays/2+1,1:nlon/2+1,:);
powercos_1s(2:end-1,2:end-1,:)=2*powercos_1s(2:end-1,2:end-1,:);
powersin_1s=powersin(1:ndays/2+1,1:nlon/2+1,:);
powersin_1s(2:end-1,2:end-1,:)=2*powersin_1s(2:end-1,2:end-1,:);
cospec_1s=cospec(1:ndays/2+1,1:nlon/2+1,:);
cospec_1s(2:end-1,2:end-1,:)=2*cospec_1s(2:end-1,2:end-1,:);
quadr_1s=quadr(1:ndays/2+1,1:nlon/2+1,:);
quadr_1s(2:end-1,2:end-1,:)=2*quadr_1s(2:end-1,2:end-1,:);

% Spettri di Hayashi in componenti verso est, verso ovest, viaggiante,
    totale e standing per Pratt e Fraedrich
peast=(.25*(powercos_1s+powersin_1s)+.5*quadr_1s);
pwest=(.25*(powercos_1s+powersin_1s)-.5*quadr_1s);
tr=abs(quadr_1s);
treast=quadr_1s;
trwest=-1.0*quadr_1s;
totF=.5*(powercos_1s+powersin_1s);
staF=(totF-tr);
staP=((cospec_1s.^2)+0.25*((powercos_1s-powersin_1s).^2)).^(0.5);
totP=staP+tr;

%% Spettri di Hayashi mediati sugli inverni

for i=1:ndays/2+1
    for j=1:nlon/2+1
        avepeast(i,j)=mean(peast(i,j,1:nyears));
        avepwest(i,j)=mean(pwest(i,j,1:nyears));
        avetr(i,j)=mean(tr(i,j,1:nyears));
    end
end

```

```

    avetreast(i,j)=mean(treast(i,j,1:nyears));
    avetrwest(i,j)=mean(trwest(i,j,1:nyears));
    avetotF(i,j)=mean(totF(i,j,1:nyears));
    avestaF(i,j)=mean(staF(i,j,1:nyears));
    avetotP(i,j)=mean(totP(i,j,1:nyears));
    avestaP(i,j)=mean(staP(i,j,1:nyears));
end
end
% Normalizzazione degli spettri medi sugli inverni
for i=1:(nlon/2+1)
    for j=1:ndays/2+1
        gfdlcm3_avepeastnorm(j,i)=avepeast(j,i)*time(j)*zonal(i)*ndays;
        gfdlcm3_avepwestnorm(j,i)=avepwest(j,i)*time(j)*zonal(i)*ndays;
        gfdlcm3_avetrnorm(j,i)=avetr(j,i)*time(j)*zonal(i)*ndays;
        gfdlcm3_avetreastnorm(j,i)=avetreast(j,i)*time(j)*zonal(i)*ndays;
        gfdlcm3_avetrwestnorm(j,i)=avetrwest(j,i)*time(j)*zonal(i)*ndays;
        gfdlcm3_avetotFnorm(j,i)=avetotF(j,i)*time(j)*zonal(i)*ndays;
        gfdlcm3_avetotPnorm(j,i)=avetotP(j,i)*time(j)*zonal(i)*ndays;
        gfdlcm3_avestaFnorm(j,i)=avestaF(j,i)*time(j)*zonal(i)*ndays;
        gfdlcm3_avestaPnorm(j,i)=avestaP(j,i)*time(j)*zonal(i)*ndays;
    end
end
end
%%%%% Calcolo delle variabili climatologiche (per gli spettri annuali)

%%%%%% Spettro su tutto il dominio

l1=2;L1=ndays/2+1;
l2=2;L2=nlon/2+1;

% Fraedrich
sumtt2=sum(totF(l1:L1, :, :), 1);
sumtotF=squeeze(sum(sumtt2(:, l2:L2, :), 2));
gfdlcm3_fs_totF=mean(sumtotF);
gfdlcm3_fs_totF_s=std(sumtotF);
% Pratt
sumtt2=sum(totP(l1:L1, :, :), 1);
sumtotP=squeeze(sum(sumtt2(:, l2:L2, :), 2));
gfdlcm3_fs_totP=mean(sumtotP);
gfdlcm3_fs_totP_s=std(sumtotP);

%%% Sottodomini spettrali

% Standing Low Frequency Low Wavenumber
lf = 3;
hf = 10;
lw = 3;
hw = 5;
% Fraedrich
sumtF=sum(staF(lf:hf, lw:hw, :), 1);
sumttF=squeeze(sum(sumtF(:, :, :), 2));
gfdlcm3_sr_llstaF_t = sumttF;
gfdlcm3_sr_llstaF = mean(sumttF);
gfdlcm3_sr_llstaF_s = std(sumttF);
% Pratt
sumtP=sum(staP(lf:hf, lw:hw, :), 1);
sumttP=squeeze(sum(sumtP(:, :, :), 2));
gfdlcm3_sr_llstaP_t = sumttP;

```

```

gfdlcm3_sr_llstaP = mean(sumttP);
gfdlcm3_sr_llstaP_s = std(sumttP);

% Viaggiante verso est High Frequency High Wavenumer
lf = 14;
hf = 46;
lw = 7;
hw = 73;
sumt=sum(treast(lf:hf,lw:hw,:),1);
sumtt=squeeze(sum(sumt(:,:,:),2));
gfdlcm3_sr_hhtreast_t = sumtt;
gfdlcm3_sr_hhtreast = mean(sumtt);
gfdlcm3_sr_hhtreast_s = std(sumtt);

%%%%% Grafica per gli spettri di Hayashi mediati sugli inverni

% Definizione della griglia
mm=2000;
scala=0:.1*mm:mm;
[per,wn]=meshgrid(period(1:ndays/2),zonal(2:11));
period_int=interp1(1:ndays/2,period(1:ndays/2),1:.1:ndays/2);
waven_int=interp1(2:11,zonal(2:11),2:.1:11);
[per_int,wn_int]=meshgrid(period_int,waven_int);

%%%%%%%%%%%%%% Fraedrich %%%%%%%%%%%%%%%

% Totale
h1_figure=figure(1);
subplot(2,2,1)
hayashi=gfdlcm3_avetotFnorm(2:ndays/2+1,2:11)';
hayashi_int=interp2(per,wn,hayashi,per_int,wn_int);
[C h]=contourf(per_int,wn_int,hayashi_int,scala,'k');
clabel(C,h,'FontSize',6)
contourmap(scala,'gray','colorbar','on','location','vertical','FontSize',7)
colormap(flipud(gray))
axis([2.5 45 1 10] )
set(gca,'YScale','log','XScale','log','Xdir','reverse','Xtick',[5 10 20 45],'Ytick',zonal(2:10))
ylabel('numero d\'onda zonale')
xlabel('tempo (giorni)')
title(['(a) Fraedrich: Totale ',dataset,''])

% Standing
subplot(2,2,2)
hayashi=gfdlcm3_avestaFnorm(2:ndays/2+1,2:11)';
hayashi_int=interp2(per,wn,hayashi,per_int,wn_int);
[C h]=contourf(per_int,wn_int,hayashi_int,scala,'k');
clabel(C,h,'FontSize',6)
contourmap(scala,'gray','colorbar','on','location','vertical','FontSize',7)
colormap(flipud(gray))
axis([2.5 45 1 10] )
set(gca,'YScale','log','XScale','log','Xdir','reverse','Xtick',[5 10 20 45],'Ytick',zonal(2:10))
ylabel('numero d\'onda zonale')
xlabel('tempo (giorni)')
title(['(b) Fraedrich: Standing ',dataset,''])

% Viaggiante verso est
subplot(2,2,3)

```

```

hayashi=gfdlcm3_avetreastnorm(2:ndays/2+1,2:11)';
hayashi_int=interp2(per,wn,hayashi,per_int,wn_int);
[C h]=contourf(per_int,wn_int,hayashi_int,scala,'k');
clabel(C,h,'FontSize',6)
contourcmap(scala,'gray','colorbar','on','location','vertical','FontSize',7)
colormap(flipud(gray))
axis([2.5 45 1 10] )
set(gca,'YScale','log','XScale','log','Xdir','reverse','Xtick',[5 10 20 45], 'Ytick',zonal(2:10))
ylabel('numero d'onda zonale')
xlabel('tempo (giorni)')
title(['(c) Viaggiante verso est ',dataset,''])
% Viaggiante verso ovest
subplot(2,2,4)
hayashi=gfdlcm3_avetrwestnorm(2:ndays/2+1,2:11)';
hayashi_int=interp2(per,wn,hayashi,per_int,wn_int);
[C h]=contourf(per_int,wn_int,hayashi_int,scala,'k');
clabel(C,h,'FontSize',6)
contourcmap(scala,'gray','colorbar','on','location','vertical','FontSize',7)
colormap(flipud(gray))
axis([2.5 45 1 10] )
set(gca,'YScale','log','XScale','log','Xdir','reverse','Xtick',[5 10 20 45], 'Ytick',zonal(2:10))
ylabel('numero d'onda zonale')
xlabel('tempo (giorni)')
title(['(d) Viaggiante verso ovest ',dataset,''])

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Pratt %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Totale
h2_figure=figure(2);
subplot(2,2,1)
hayashi=gfdlcm3_avetotPnorm(2:ndays/2+1,2:11)';
hayashi_int=interp2(per,wn,hayashi,per_int,wn_int);
[C h]=contourf(per_int,wn_int,hayashi_int,scala,'k');
clabel(C,h,'FontSize',6)
contourcmap(scala,'gray','colorbar','on','location','vertical','FontSize',7)
colormap(flipud(gray))
axis([2.5 45 1 10] )
set(gca,'YScale','log','XScale','log','Xdir','reverse','Xtick',[5 10 20 45], 'Ytick',zonal(2:10))
ylabel('numero d'onda zonale')
xlabel('tempo (giorni)')
title(['(a) Pratt: Totale ',dataset,''])
% Standing
subplot(2,2,2)
hayashi=gfdlcm3_avestaPnorm(2:ndays/2+1,2:11)';
hayashi_int=interp2(per,wn,hayashi,per_int,wn_int);
[C h]=contourf(per_int,wn_int,hayashi_int,scala,'k');
clabel(C,h,'FontSize',6)
contourcmap(scala,'gray','colorbar','on','location','vertical','FontSize',7)
colormap(flipud(gray))
axis([2.5 45 1 10] )
set(gca,'YScale','log','XScale','log','Xdir','reverse','Xtick',[5 10 20 45], 'Ytick',zonal(2:10))

```

```

ylabel('numero d'onda zonale')
xlabel('tempo (giorni)')
title(['(b) Pratt: Standing ',dataset,''])
% Viaggiante verso est
subplot(2,2,3)
hayashi=gfdlcm3_avetreastnorm(2:ndays/2+1,2:11)';
hayashi_int=interp2(per,wn,hayashi,per_int,wn_int);
[C h]=contourf(per_int,wn_int,hayashi_int,scala,'k');
clabel(C,h,'FontSize',6)
contourmap(scala,'gray','colorbar','on','location','vertical','FontSize',7)
colormap(flipud(gray))
axis([2.5 45 1 10] )
set(gca,'YScale','log','XScale','log','Xdir','reverse','Xtick',[5 10 20 45],'Ytick',zonal(2:10))
ylabel('numero d'onda zonale')
xlabel('tempo (giorni)')
title(['(c) Viaggiante verso est ',dataset,''])
% Viaggiante verso ovest
subplot(2,2,4)
hayashi=gfdlcm3_avetrwestnorm(2:ndays/2+1,2:11)';
hayashi_int=interp2(per,wn,hayashi,per_int,wn_int);
[C h]=contourf(per_int,wn_int,hayashi_int,scala,'k');
clabel(C,h,'FontSize',6)
contourmap(scala,'gray','colorbar','on','location','vertical','FontSize',7)
colormap(flipud(gray))
axis([2.5 45 1 10] )
set(gca,'YScale','log','XScale','log','Xdir','reverse','Xtick',[5 10 20 45],'Ytick',zonal(2:10))
ylabel('numero d'onda zonale')
xlabel('tempo (giorni)')
title(['(d) Viaggiante verso ovest ',dataset,''])

%%%%%%%%%%%% Propagazione verso est e verso ovest %%%%%%%%%%%%%

h3_figure=figure(3);
% Propagazione verso est
subplot(2,2,1)
hayashi=gfdlcm3_avepeastnorm(2:ndays/2+1,2:11)';
hayashi_int=interp2(per,wn,hayashi,per_int,wn_int);
[C h]=contourf(per_int,wn_int,hayashi_int,scala,'k');
clabel(C,h,'FontSize',6)
contourmap(scala,'gray','colorbar','on','location','vertical','FontSize',7)
colormap(flipud(gray))
axis([2.5 45 1 10] )
set(gca,'YScale','log','XScale','log','Xdir','reverse','Xtick',[5 10 20 45],'Ytick',zonal(2:10))
ylabel('numero d'onda zonale')
xlabel('tempo (giorni)')
title(['(a) Propagazione verso est ',dataset,''])
% Propagazione verso ovest
subplot(2,2,2)
hayashi=gfdlcm3_avepwestnorm(2:ndays/2+1,2:11)';
hayashi_int=interp2(per,wn,hayashi,per_int,wn_int);
[C h]=contourf(per_int,wn_int,hayashi_int,scala,'k');
clabel(C,h,'FontSize',6)
contourmap(scala,'gray','colorbar','on','location','vertical','FontSize',7)

```



## Appendice C

# Script Matlab per il confronto dei modelli

```
%%%%%%%%%%%% Script ensembleGraphs.m

clear
close all
clc

%%%%%%%% Definizioni
n=39; % numero di inverni
st = sqrt(n);
model_dir = '.';
rea_dir = '../reanalisi';

%%%%%%%% Info modelli

% File .mat per le directory dei modelli
files = dir(strcat(model_dir, '/*.mat'));
nmodels=length(files);
filename=cell(nmodels,1);
modelname=cell(nmodels,1);

% Caricamento dei file .mat, con nomi ricavati 'modelname';
% 'variables' sono tutte le variabili incluse nei file
for i=1:nmodels
    filename{i,1} = files(i).name;
    modelname{i} = strtok(filename{i,1}, '.');
    variables{i,1}=load(filename{i,1});
end

% Estrazione delle variabili
for j=1:nmodels
    dataset{j}=eval(['variables{j,1}.' modelname{j} '_dataset']);
    % Figura 1 : variabilita' totale Fraedrich
    fs_totF(j)=eval(['variables{j,1}.' modelname{j} '_fs_totF']);
    fs_totF_s(j)=eval(['variables{j,1}.' modelname{j} '_fs_totF_s']);
    % Figura 2 : variabilita' totale Pratt
    fs_totP(j)=eval(['variables{j,1}.' modelname{j} '_fs_totP']);
    fs_totP_s(j)=eval(['variables{j,1}.' modelname{j} '_fs_totP_s']);
    % Figura 3 : E Vest vs ES Fraedrich
```

```

sr_hhtreast(j)=eval(['variables{j,1}.' modelname{j} '_sr_hhtreast']);
sr_hhtreast_s(j)=eval(['variables{j,1}.' modelname{j} '_sr_hhtreast_s
    ']);
sr_llstaF(j)=eval(['variables{j,1}.' modelname{j} '_sr_llstaF']);
sr_llstaF_s(j)=eval(['variables{j,1}.' modelname{j} '_sr_llstaF_s']);
% Figura 4 : E Vest vs ES Pratt
sr_llstaP(j)=eval(['variables{j,1}.' modelname{j} '_sr_llstaP']);
sr_llstaP_s(j)=eval(['variables{j,1}.' modelname{j} '_sr_llstaP_s']);
end

%%%%%% Info reanalisi

% File .mat per le directory della reanalisi
rea_files = dir(strcat(rea_dir, '/*.mat'));
nreanalyses=length(rea_files);
rea_filename=cell(nreanalyses,1);
rea_name=cell(nreanalyses,1);

% Caricamento dei file .mat, con nomi ricavati 'rea_name';
for r=1:nreanalyses
    rea_filename{r,1} = rea_files(r).name;
    rea_name{r} = strtok(rea_filename{r,1},'.');
    rea_string=strcat(rea_dir, '/', rea_filename{r,1});
    rea_variables{r,1}=load(rea_string);
end

% Estrazione delle variabili
for r=1:nreanalyses
    rea_dataset{r}=eval(['rea_variables{r,1}.' rea_name{r} '_dataset']);
    rea_fs_totF(r)=eval(['rea_variables{r,1}.' rea_name{r} '_fs_totF']);
    rea_fs_totF_s(r)=eval(['rea_variables{r,1}.' rea_name{r} '_fs_totF_s'
        ']);
    rea_fs_totP(r)=eval(['rea_variables{r,1}.' rea_name{r} '_fs_totP']);
    rea_fs_totP_s(r)=eval(['rea_variables{r,1}.' rea_name{r} '_fs_totP_s'
        ']);
    rea_sr_hhtreast(r)=eval(['rea_variables{r,1}.' rea_name{r} '
        '_sr_hhtreast']);
    rea_sr_hhtreast_s(r)=eval(['rea_variables{r,1}.' rea_name{r} '
        '_sr_hhtreast_s']);
    rea_sr_llstaF(r)=eval(['rea_variables{r,1}.' rea_name{r} '_sr_llstaF'
        ']);
    rea_sr_llstaF_s(r)=eval(['rea_variables{r,1}.' rea_name{r} '
        '_sr_llstaF_s']);
    rea_sr_llstaP(r)=eval(['rea_variables{r,1}.' rea_name{r} '_sr_llstaP'
        ']);
    rea_sr_llstaP_s(r)=eval(['rea_variables{r,1}.' rea_name{r} '
        '_sr_llstaP_s']);
end

%%%%%% Calcoli statistici sui modelli

% Medie e deviazioni standard dell'ensemble
nsmbL_fs_totF = mean(fs_totF);
nsmbL_fs_totF_s = mean(fs_totF_s);
nsmbL_fs_totF_var = std(fs_totF,1);
nsmbL_fs_totF_s_var = std(fs_totF_s,1);
nsmbL_fs_totP = mean(fs_totP);
nsmbL_fs_totP_s = mean(fs_totP_s);
nsmbL_fs_totP_var = std(fs_totP,1);

```

```

nsmb1_fs_totP_s_var = std(fs_totP_s,1);

nsmb1_sr_hhtreast = mean(sr_hhtreast);
nsmb1_sr_hhtreast_s = std(sr_hhtreast,1);
nsmb1_sr_llstaF = mean(sr_llstaF);
nsmb1_sr_llstaF_s = std(sr_llstaF,1);
nsmb1_sr_llstaP = mean(sr_llstaP);
nsmb1_sr_llstaP_s = std(sr_llstaP,1);

%%%%%% Grafica

%%%% Impostazione delle etichette

for r=1:nreanalyses
    if (strcmp('ncep',rea_name{r}))
        ar='N';
    else
        ar='other';
    end
end

listfig=[];
for r=1:nreanalyses
    listfig=strcat(listfig, ar, '. ', rea_dataset{r}, '\newline');
end
for j=1:nmodels
    listfig=strcat(listfig, num2str(j), '. ', dataset{j}, '\newline');
end

%%%%%%%% Fig.1: Variabilita' interannuale totale vs variabilita'
           intrastagionale totale per Fraedrich

figure(1)
hold on

% Media dell'ensemble ed ellissi delle varianze
rectangle ('Position',[nsmb1_fs_totF-2*nsmb1_fs_totF_var) (
    nsmb1_fs_totF_s-2*nsmb1_fs_totF_s_var) 4*(nsmb1_fs_totF_var) 4*(
    nsmb1_fs_totF_s_var)],'Curvature',[1 1],'Facecolor',[.95 .95 .95])
rectangle ('Position',[nsmb1_fs_totF-nsmb1_fs_totF_var) (nsmb1_fs_totF_s
-nsmb1_fs_totF_s_var) 2*(nsmb1_fs_totF_var) 2*(nsmb1_fs_totF_s_var)],
'Curvature',[1 1],'Facecolor',[.85 .85 .85])
plot ([nsmb1_fs_totF nsmb1_fs_totF],[nsmb1_fs_totF_s-2*
nsmb1_fs_totF_s_var) (nsmb1_fs_totF_s+2*nsmb1_fs_totF_s_var)],'k')
plot ([(nsmb1_fs_totF-2*nsmb1_fs_totF_var) (nsmb1_fs_totF+2*
nsmb1_fs_totF_var)],[(nsmb1_fs_totF_s) (nsmb1_fs_totF_s)],'k')

% Scatter plot con barre di errore
for j=1:nmodels
a=num2str(j);
    if (strcmp('GFDL-ESM2G',dataset{j}))|| (strcmp('FGOALS-g2',dataset{j})
)
        ploterr(fs_totF(j), fs_totF_s(j), fs_totF_s(j)*2/st,0, a, 2);
    elseif (strcmp('MIROC-ESM-CHEM',dataset{j}))|| (strcmp('NorESM1-M',
dataset{j}))
        ploterr(fs_totF(j), fs_totF_s(j), fs_totF_s(j)*2/st,0, a, 1);
    else
        ploterr(fs_totF(j), fs_totF_s(j), fs_totF_s(j)*2/st,0, a, 5);
    end
end

```

```

    end
end
for r=1:nreanalyses
ploterr(rea_fs_totF(r), rea_fs_totF_s(r), rea_fs_totF_s(r)*2/st,0, ar, 5)
;
end

axis([2800 7000 250 870]);
set (gca,'FontSize',14)
xlabel('<E_{TOT}(\Omega) Fraedrich>', 'FontSize',16)
ylabel('\sigma_{E_{TOT}(\Omega) Fraedrich}', 'FontSize',16)
text(6400,800,listfig, 'FontSize',10, 'VerticalAlignment', 'Top')

%%%%% Fig.2: Variabilita' interannuale totale vs variabilita'
      intrastagionale totale per Pratt

figure(2)
hold on

% Media dell'ensemble ed ellissi delle varianze
rectangle ('Position', [(nsmbL_fs_totP-2*nsmbL_fs_totP_var) (
    nsmbL_fs_totP_s-2*nsmbL_fs_totP_s_var) 4*(nsmbL_fs_totP_var) 4*(
    nsmbL_fs_totP_s_var)], 'Curvature', [1 1], 'Facecolor', [.95 .95 .95])
rectangle ('Position', [(nsmbL_fs_totP-nsmbL_fs_totP_var) (nsmbL_fs_totP_s
    -nsmbL_fs_totP_s_var) 2*(nsmbL_fs_totP_var) 2*(nsmbL_fs_totP_s_var)],
    'Curvature', [1 1], 'Facecolor', [.85 .85 .85])
plot ([nsmbL_fs_totP nsmbL_fs_totP], [(nsmbL_fs_totP_s-2*
    nsmbL_fs_totP_s_var) (nsmbL_fs_totP_s+2*nsmbL_fs_totP_s_var)], 'k')
plot ([(nsmbL_fs_totP-2*nsmbL_fs_totP_var) (nsmbL_fs_totP+2*
    nsmbL_fs_totP_var)], [(nsmbL_fs_totP_s) (nsmbL_fs_totP_s)], 'k')

% Scatter plot con barre di errore
for j=1:nmodels
a=num2str(j);
    if (strcmp('GFDL-ESM2G', dataset{j})) || (strcmp('FGOALS-g2', dataset{j})
    )
        ploterr(fs_totP(j), fs_totP_s(j), fs_totP_s(j)*2/st,0, a, 2);
    elseif (strcmp('MIROC-ESM-CHEM', dataset{j})) || (strcmp('NorESM1-M',
    dataset{j})) || (strcmp('MIROC4h', dataset{j}))
        ploterr(fs_totP(j), fs_totP_s(j), fs_totP_s(j)*2/st,0, a, 1);
    else
        ploterr(fs_totP(j), fs_totP_s(j), fs_totP_s(j)*2/st,0, a, 5);
    end
end
for r=1:nreanalyses
ploterr(rea_fs_totP(r), rea_fs_totP_s(r), rea_fs_totP_s(r)*2/st,0, ar, 5)
;
end

axis([3500 8900 290 1200]);
set (gca,'FontSize',14)
xlabel('<E_{TOT}(\Omega) Pratt>', 'FontSize',16)
ylabel('\sigma_{E_{TOT}(\Omega) Pratt}', 'FontSize',16)
text(8220,1100,listfig, 'FontSize',10, 'VerticalAlignment', 'Top')

%%%%% Fig.3: Variabilita' intrastagionali: E Vest (HFHW) vs ES (LFLW)
      Fraedrich

figure(3)

```

```

hold on

% Media dell'ensemble ed ellissi delle varianze
rectangle ('Position',[(nsmb1_sr_llstaF-2*nsmb1_sr_llstaF_s) (
    nsmb1_sr_hhtreast-2*nsmb1_sr_hhtreast_s) 4*(nsmb1_sr_llstaF_s) 4*(
    nsmb1_sr_hhtreast_s)],'Curvature',[1 1], 'Facecolor', [.95 .95 .95])
rectangle ('Position',[(nsmb1_sr_llstaF-nsmb1_sr_llstaF_s) (
    nsmb1_sr_hhtreast-nsmb1_sr_hhtreast_s) 2*(nsmb1_sr_llstaF_s) 2*(
    nsmb1_sr_hhtreast_s)],'Curvature',[1 1], 'Facecolor', [.85 .85 .85])
plot ([nsmb1_sr_llstaF nsmb1_sr_llstaF],[(nsmb1_sr_hhtreast-2*
    nsmb1_sr_hhtreast_s) (nsmb1_sr_hhtreast+2*nsmb1_sr_hhtreast_s)],'k')
plot ([(nsmb1_sr_llstaF-2*nsmb1_sr_llstaF_s) (nsmb1_sr_llstaF+2*
    nsmb1_sr_llstaF_s)],[(nsmb1_sr_hhtreast) (nsmb1_sr_hhtreast)],'k')

% Scatter plot con barre di errore
for j=1:nmodels
a=num2str(j);
if (strcmp('GFDL-CM3',dataset{j}))|| (strcmp('GFDL-ESM2G',dataset{j}))
ploterr(sr_llstaF(j), sr_hhtreast(j), sr_llstaF_s(j)*2/st, sr_hhtreast_s(
    j)*2/st, a,4);
elseif (strcmp('MIROC-ESM',dataset{j}))|| (strcmp('MIROC4h',dataset{j}))
    ||(strcmp('MPI-ESM-MR',dataset{j}))
ploterr(sr_llstaF(j), sr_hhtreast(j), sr_llstaF_s(j)*2/st, sr_hhtreast_s(
    j)*2/st, a,1);
else
ploterr(sr_llstaF(j), sr_hhtreast(j), sr_llstaF_s(j)*2/st, sr_hhtreast_s(
    j)*2/st, a,2);
end
end
for r=1:nreanalyses
ploterr(rea_sr_llstaF(r), rea_sr_hhtreast(r), rea_sr_llstaF_s(r)*2/st,
    rea_sr_hhtreast_s(r)*2/st,ar,4);
end

axis([400 1150 210 520]);
set (gca,'FontSize',14)
xlabel('<E_S Fraedrich (LFLW)>', 'FontSize',16)
ylabel('<E_{V est} (HFHW)>', 'FontSize',16)
text(1050,500,listfig, 'FontSize',10, 'VerticalAlignment', 'Top')

%%%%%% Fig.4: Variabilita' intrastagionali: E Vest (HFHW) vs ES (LFLW)
Pratt

figure(4)
hold on

% Media dell'ensemble ed ellissi delle varianze
rectangle ('Position',[(nsmb1_sr_llstaP-2*nsmb1_sr_llstaP_s) (
    nsmb1_sr_hhtreast-2*nsmb1_sr_hhtreast_s) 4*(nsmb1_sr_llstaP_s) 4*(
    nsmb1_sr_hhtreast_s)],'Curvature',[1 1], 'Facecolor', [.95 .95 .95])
rectangle ('Position',[(nsmb1_sr_llstaP-nsmb1_sr_llstaP_s) (
    nsmb1_sr_hhtreast-nsmb1_sr_hhtreast_s) 2*(nsmb1_sr_llstaP_s) 2*(
    nsmb1_sr_hhtreast_s)],'Curvature',[1 1], 'Facecolor', [.85 .85 .85])
plot ([nsmb1_sr_llstaP nsmb1_sr_llstaP],[(nsmb1_sr_hhtreast-2*
    nsmb1_sr_hhtreast_s) (nsmb1_sr_hhtreast+2*nsmb1_sr_hhtreast_s)],'k')
plot ([(nsmb1_sr_llstaP-2*nsmb1_sr_llstaP_s) (nsmb1_sr_llstaP+2*
    nsmb1_sr_llstaP_s)],[(nsmb1_sr_hhtreast) (nsmb1_sr_hhtreast)],'k')

```

```
% Scatter plot con barre di errore
for j=1:nmodels
a=num2str(j);
    if (strcmp('HadGEM2-ES',dataset{j})||(strcmp('GFDL-CM3',dataset{j})))
        ploterr(sr_llstaP(j), sr_hhtreast(j), sr_llstaP_s(j)*2/st,
            sr_hhtreast_s(j)*2/st, a,4);
    elseif (strcmp('MIROC-ESM-CHEM',dataset{j}))
        ploterr(sr_llstaP(j), sr_hhtreast(j), sr_llstaP_s(j)*2/st,
            sr_hhtreast_s(j)*2/st, a,1);
    else
        ploterr(sr_llstaP(j), sr_hhtreast(j), sr_llstaP_s(j)*2/st,
            sr_hhtreast_s(j)*2/st, a,2);
    end
end
for r=1:nreanalyses
    ploterr(rea_sr_llstaP(r), rea_sr_hhtreast(r), rea_sr_llstaP_s(r)*2/st,
        rea_sr_hhtreast_s(r)*2/st,ar,3);
end

axis([680 2000 210 520]);
set(gca,'FontSize',14)
xlabel('<E_S Pratt (LFLW)>','FontSize',16)
ylabel('<E_{V est} (HFHW)>','FontSize',16)
text(1800,500,listfig,'FontSize',10,'VerticalAlignment','Top')

%%%%%%%%%%
```

# Bibliografia

- [1] Y. Hayashi, “A generalized method of resolving transient disturbances into standing and traveling waves by space-time spectral analysis,” *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 36, 1979.
- [2] Y. Hayashi, “On the coherence between progressive and retrogressive waves and a partition of space-time power spectra into standing and traveling parts,” *J. Appl. Meteor.*, vol. 16, pp. 368–373, 1977.
- [3] R. Pratt, “The interpretation of space-time spectral quantities,” *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 33, pp. 1060–1066, 1976.
- [4] K. Fraedrich and H. Bottger, “A wavenumber-frequency analysis of the 500 mb geopotential at 50°n,” *Journal of the Atmospheric Sciences*, vol. 35, pp. 745–750, April 1978.
- [5] A. Dell’Aquila, V. Lucarini, P. Ruti, and S. Calmanti, “Hayashi spectra of the northern hemisphere mid-latitude atmospheric variability in the NCEP-NCAR and ECMWF reanalyses,” *Climate Dynamics*, 2005.
- [6] J. R. Holton, *Dynamic Meteorology*. Elsevier Academic press, fourth ed., 2004.
- [7] J. Wallace and P. Hobbs, *Atmospheric Science*. Elsevier Academic press, second edition ed., 2006.
- [8] J. Peixoto and O. A.H, *Physics of Climate*. American Institute of Physics, 1992.
- [9] K. Taylor, R. Stouffer, and G. Meehl, “An overview of CMIP5 and the experiment design,” *American Meteorological Society*, 2012.
- [10] M. Blackmon, “A climatological spectral study of the 500 mb geopotential height of the northern hemisphere,” *J. Atmos. Sci.*, no. 33, pp. 1607–1623, 1976.
- [11] A. Speranza, “Deterministic and statistical properties of the westerlies,” *Paleogeophysics*, no. 121, pp. 511–562, 1983.
- [12] J. Wallace, G. Lim, and M. Blackmon, “Relationship between cyclone tracks, anticyclone tracks and baroclinic waveguides,” *J. Atmos. Sci.*, no. 45, pp. 439–462, 1988.
- [13] J. Charney and J. De Vore, “Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking,” *J. Atmos. Sci.*, no. 36, pp. 1205–1216, 1979.

- 
- [14] J. Charney and D. Straus, “Form-drag instability, multiple equilibria and propagating planetary waves in the baroclinic, orographically forced, planetary wave system,” *J. Atmos. Sci.*, no. 37, pp. 1157–1176, 1980.
- [15] A. Buzzi, A. Trevisan, and A. Speranza, “Instabilities of a baroclinic flow related to topographic forcing,” *J. Atmos. Sci.*, no. 41, pp. 637–650, 1984.
- [16] R. Benzi, P. Malguzzi, A. Speranza, and A. Sutera, “The statistical properties of general atmospheric circulation: observational evidence and a minimal theory of bimodality,” *Q. J. R. Meteorol. Soc.*, no. 112, pp. 661–674, 1986.
- [17] R. Benzi and A. Speranza, “Statistical properties of low frequency variability in the northern hemisphere,” *J. Clim.*, no. 2, pp. 367–379, 1989.
- [18] P. Ruti, V. Lucarini, A. Dell’Aquila, S. Calmanti, and A. Speranza, “Does the subtropical jet catalyze the midlatitude atmospheric regimes ?,” *Geophys. Res. Lett.*, no. 33, 2006.
- [19] A. Hansen and A. Sutera, “On the probability density distribution of planetary-scale atmospheric wave amplitude,” *J. Atmos. Sci.*, no. 43, pp. 3250–3265, 1986.