

PROGETTO OLIMPIADI - sezione di Roma      26 marzo 2003

**GARA INDIVIDUALE DI MATEMATICA**

dipartimenti di Matematica delle Università

“La Sapienza” e “Roma Tre”

con il contributo dell'Unione Matematica Italiana e del CARFID

tempo a disposizione: 45 minuti

- (1) Il baricentro di un triangolo equilatero di lato  $x$  è imperniato nel centro di un quadrato di lato 1. Qual è la misura minima di  $x$  affinché, ruotando il triangolo di  $360^\circ$  intorno al centro, il quadrato rimanga sempre interamente contenuto nel triangolo?
- (2) Determinare un numero intero di 5 cifre (nell'abituale scrittura decimale) che, moltiplicato per 9, dia come risultato lo stesso numero letto al contrario.
- (3) (a) Trovare tutte le coppie di interi positivi  $(m, n)$  tali che
$$m^2 - 4n^2 = 13.$$
(b) Trovare tutte le coppie di interi positivi  $(m, n)$  tali che
$$m^2 - 4n^2 = 222222.$$
- (4) Mostrare che, se un triangolo ha tutti i lati di lunghezza non maggiore di  $l$ , allora sono sufficienti 2 triangoli equilateri di lato  $l$  (opportunamente collocati) per ricoprirlo interamente.  
Spiegare come costruire un triangolo i cui lati hanno tutti lunghezza non maggiore di  $l$ , che non si possa ricoprire per intero con un triangolo equilatero di lato  $l$ .