

Roma, 19/3/2004

PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA
GARA INDIVIDUALE

tempo a disposizione 45 minuti

- (1) (a) Far vedere che è possibile suddividere un quadrato in 4 quadrati, in 6 quadrati, e, in generale, in un numero pari (maggiore di 2) di quadrati (non necessariamente uguali fra loro).
- (b) Mostrare che, se un quadrato si può dividere in n parti quadrate, allora lo si può dividere in $n + 3$ parti quadrate. Concludere quindi che un quadrato può essere scomposto in n regioni quadrate se e solo se n è diverso da ... (quali numeri?)
- (2) Un quadrilatero convesso è suddiviso in quattro triangoli dalle sue diagonali. Dimostrare che il prodotto delle aree di una coppia di triangoli aventi solo un vertice in comune è uguale al prodotto delle aree degli altri due triangoli.
- (3) (a) Sia x un numero razionale tale che $2x - 3$ e $5x - 4$ sono ambedue interi. Mostrare che x è un intero.
- (b) Trovare tutti i numeri interi x per i quali il numero $\frac{2x - 3}{5x - 4}$ è intero.
- (4) I triangoli equilateri ABC e $AB'C'$ hanno in comune soltanto il vertice A . Inoltre, i punti C, B, C' sono allineati, con B compreso fra gli altri due. Sia G il baricentro del triangolo $AB'C'$. Dimostrare che CG è la bisettrice dell'angolo \widehat{ACB} .