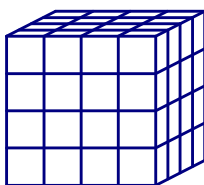


# GARA A SQUADRE

Dipartimenti di Matematica delle Università “La Sapienza” e “Roma Tre”

con il sostegno di: Unione Matematica Italiana, Istituto Nazionale di Alta Matematica

- (1) Un cubo è costituito da  $4 \times 4 \times 4$  cubetti. Vogliamo separare tutti questi cubetti eseguendo dei tagli con una lama piana ed affilata. Tra un taglio e l'altro possiamo spostare le parti che sono state separate e sistemarle nel modo che vogliamo per il taglio successivo.



Qual è il numero minimo di tagli necessari a separare tutti i cubetti?

- A. 5 tagli  
B. 6 tagli  
C. 7 tagli  
D. 8 tagli  
E. 9 tagli
- (2) Emiliano e Giacinta stanno per sposarsi e vogliono addobbare il salone del banchetto. Il salone è a pianta rettangolare e su ogni parete laterale ci sono 3 punti di aggancio. Gli addobbi sono dei festoni di una forma particolare, ciascuno dei quali deve essere legato a 3 punti di aggancio su pareti differenti. Sapendo che desiderano mettere quanti più addobbi possibile, senza avere nessuna coppia di festoni legati esattamente agli stessi 3 agganci, quanti festoni occorrono ai due fidanzati?
- A. 4  
B. 27  
C. 64  
D. 108  
E. 660
- (3) In un sistema di riferimento cartesiano, una retta parallela all'asse  $y$  divide il triangolo con i vertici nei punti  $E = (0; 0)$ ,  $F = (1; 1)$ ,  $G = (9; 1)$  in due regioni di uguale area. L'equazione di tale retta è:
- A.  $x = 5/2$   
B.  $x = 3$   
C.  $x = 10/3$   
D.  $x = 7/2$   
E.  $x = 4$

- (4) Il polinomio  $f(x)$  ha un'espressione della forma  $f(x) = ax^7 + bx^3 + cx - 5$ , dove  $a, b, c$  sono delle costanti ignote. Sappiamo che  $f(-7) = 7$ .

Quanto vale  $f(7)$ ?

- A.  $-17$
- B.  $-7$
- C.  $7$
- D.  $12$
- E. i dati non sono sufficienti per stabilirlo

- (5) La progressione aritmetica  $A_0, A_1, A_2, \dots$  (contenente infiniti termini) ha queste caratteristiche:
- tutti i termini sono interi positivi;
  - uno dei termini è 133;
  - $A_4 + A_7 = 250$ .

Quanto vale il termine  $A_0$ ? [ricordiamo che una progressione aritmetica è una successione di numeri dove è costante la differenza fra due termini consecutivi]

- A. 5
- B. 13
- C. 37
- D. 41
- E. nessuna delle risposte precedenti

- (6) Il normale foglio A4 ha i lati in questa proporzione: prendendo il lato corto come misura unitaria, quello lungo misura  $\sqrt{2}$ .

Se facciamo una barchetta di carta, qual è l'area complessiva (davanti e dietro) della sua "vela" a punta?

- A.  $1/8$
- B.  $1/4$
- C.  $\sqrt{2}/4$
- D.  $1/2$
- E.  $\sqrt{2}/2$

- (7) Chiamiamo *decomposizioni* di un numero i diversi modi nei quali esso può essere scritto come somma di uno o più interi positivi, tenendo conto dell'ordine degli addendi. Ad esempio, per il numero 3 ci sono queste possibilità:

$$1 + 1 + 1, \quad 1 + 2, \quad 2 + 1, \quad 3.$$

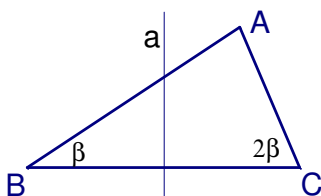
Quante sono le decomposizioni del numero 6?

- A. 27
- B. 28
- C. 30
- D. 32
- E. nessuna delle precedenti

- (8) In un rettangolo  $R$ , i lati misurano 1 e  $a$ , con  $1 < a < 2$ . Da  $R$  rimuoviamo un quadrato di area massima, in modo da ottenere un nuovo rettangolo  $R_1$ . Da questo, rimuoviamo ancora un quadrato di area massima (tra quelli contenuti in  $R_1$ ), ottenendo il rettangolo  $R_2$ .

Per quanti valori di  $a$  il rettangolo  $R_2$  è simile a  $R$ ?

- A. nessun valore di  $a$   
 B. un unico valore di  $a$   
 C. 2 valori di  $a$   
 D. 3 valori di  $a$   
 E. più di 3 valori di  $a$
- (9) In un sistema di riferimento cartesiano, quanti sono i punti con entrambe le coordinate intere contenuti nell'interno del triangolo di vertici  $(0; 0)$ ,  $(2; 0)$ ,  $(10^{24} + 1; 4)$ ? [non vanno contati i punti appartenenti ai lati del triangolo]
- A. nessuno  
 B. 1  
 C. 2  
 D. 3  
 E.  $10^{24} - 1$
- (10) Consideriamo, come in figura, un triangolo  $ABC$  dove l'angolo in  $B$  misura  $\beta$  e l'angolo in  $C$  misura  $2\beta$ . Sia  $a$  l'asse del lato  $BC$  e sia  $Q$  il punto in comune tra  $a$  ed il lato  $AB$ . Tracciamo la circonferenza di centro  $A$  e raggio  $AC$ , sia  $D$  il punto d'incontro fra tale circonferenza e il lato  $AB$ , e sia  $P$  il punto dell'arco  $\widehat{CD}$  che appartiene alla retta  $a$ .



Allora, qualunque sia  $\beta$ ,

- A. l'angolo  $\widehat{PAB}$  è  $\frac{1}{4}$  di  $\widehat{BAC}$   
 B. l'angolo  $\widehat{PAB}$  è  $\frac{1}{3}$  di  $\widehat{BAC}$   
 C. il triangolo  $APB$  è isoscele  
 D. il triangolo  $AQP$  è isoscele  
 E. il triangolo  $APC$  è equilatero
- (11) Il giovane matematico Zapotek ha appena scoperto una nuova operazione, che ha indicato con il simbolo  $\heartsuit$ . Zapotek è anche riuscito a dimostrarne alcune proprietà. Qualunque siano i numeri naturali  $a$  e  $b$ , valgono le relazioni:
- $a \heartsuit 0 = a^2$
  - $a \heartsuit b = a \heartsuit (a + b)$
  - $b \cdot (a \heartsuit b) = a \cdot (b \heartsuit a)$ .

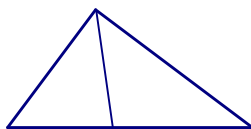
Quanto fa  $200 \heartsuit 5$ ?

- A. 200  
 B. 1000  
 C. 5000  
 D. 8000  
 E. 40000

- (12) In una sfera viene inscritto un tetraedo regolare (ossia una piramide le cui facce sono tutti triangoli equilateri). Le semirette uscenti dal centro della sfera e passanti per i baricentri delle facce intersecano la superficie della sfera in 4 punti.

Il poliedro che ha per vertici questi 4 punti ed i vertici del tetraedo è

- A. un ottaedro regolare (poliedro con 8 facce che sono triangoli equilateri)  
B. l'unione di due piramidi a base esagonale aventi la base in comune  
C. l'unione due piramidi a base triangolare aventi la base in comune  
D. un prisma che ha per basi due rombi non quadrati  
E. un cubo
- (13) Un triangolo rettangolo ha cateti che misurano 30 e 40.  
Qual è la lunghezza della bisettrice del suo angolo retto?



- A.  $(120/7)\sqrt{2}$   
B.  $14\sqrt{3}$   
C.  $49/2$   
D.  $(49/3)\sqrt{3}$   
E.  $(35/2)\sqrt{2}$
- (14) Lanciando tre dadi, la probabilità che compaiano almeno due numeri uguali è
- A.  $1/2$   
B.  $4/9$   
C.  $7/36$   
D.  $1/3$   
E.  $1/6$
- (15) Tre compagni di classe, Andrea, Barbara e Carlo, sono incerti se andare al cinema. Si sa che:
- condizione necessaria perché Barbara vada al cinema è che ci vada Andrea;
  - condizione necessaria e sufficiente perché Barbara vada al cinema è che non ci vada Carlo;
  - condizione sufficiente perché Carlo vada al cinema è che ci vada Andrea.
- Allora:
- A. Andrea e Barbara andranno al cinema  
B. nessuno dei tre andrà al cinema  
C. Andrea e Carlo non andranno al cinema  
D. Barbara andrà al cinema e Carlo no  
E. Carlo andrà al cinema e Barbara no