

# GARA A SQUADRE

Dipartimenti di Matematica delle Università Sapienza, Tor Vergata e Roma Tre

Con il sostegno di:

Unione Matematica Italiana, Istituto Nazionale di Alta Matematica,  
Progetto Lauree Scientifiche, CARFID

27 marzo 2008

1. Qual è il più piccolo di questi numeri periodici?
  - (A)  $7, \overline{37}$
  - (B)  $7, \overline{3737}$
  - (C)  $7, \overline{3\overline{7}}$
  - (D)  $7, \overline{37373}$
  - (E)  $7, \overline{373737}$
2. In quali casi è possibile suddividere un poligono in triangoli isosceli?
  - (A) In tutti i casi
  - (B) Solo se il poligono è convesso
  - (C) Solo se il poligono è simmetrico rispetto ad una retta
  - (D) Solo se il poligono ha un numero pari di lati
  - (E) Solo se il poligono è regolare
3. Le seguenti affermazioni sono tutte errate. Per quale di esse  $n = 17$  è un controesempio?
  - (A) Se un numero  $n$  è primo, allora è dispari
  - (B) Condizione sufficiente perché  $n$  sia primo è che non sia divisibile né per 2 né per 3
  - (C) Se un numero  $n$  non è primo, allora è divisibile per il quadrato di un numero primo
  - (D) Un numero  $n$  che superi di 1 un quadrato è primo
  - (E) Condizione necessaria perché un numero  $n$  sia primo è che sia la somma di due primi
4. Nella parola "ECLISSE" vogliamo sostituire ciascuna lettera con una delle cifre 1, 2, 3, 4, 5, in modo che a lettere uguali corrispondano cifre uguali e a lettere diverse corrispondano cifre diverse. È possibile eseguire la sostituzione in modo che il numero così ottenuto sia multiplo di 3?
  - (A) No, non è possibile
  - (B) Sì, ma solo assegnando ad E la cifra 3
  - (C) Sì, ma solo assegnando ad E una cifra diversa da 3
  - (D) Sì, ma solo assegnando ad S la cifra 3
  - (E) Sì, assegnando ad S una cifra qualsiasi

5. Sia  $ABCD$  un tetraedro regolare di spigolo 1. Sia  $E$  un punto tale che il segmento  $DE$  sia parallelo allo spigolo  $AC$  e sia lungo 1. Qual è la distanza tra  $B$  ed  $E$ ?

- (A)  $\sqrt{3}/2$
- (B)  $\sqrt{2}$
- (C)  $\sqrt{3}$
- (D)  $\sqrt{3} - \sqrt{2}/2$
- (E)  $\sqrt{2}/3 + \sqrt{3}/2$

6. Quanti sono gli interi positivi  $n$  tali che  $n! + 24$  è un quadrato perfetto?  
(Ricordiamo che  $n! = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$  è il prodotto dei primi  $n$  interi positivi.)

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 8
- (E) infiniti

7. Dato un biliardo di dimensioni  $1 \text{ m} \times \sqrt{2} \text{ m}$ , calcolare la lunghezza della traiettoria di una palla (supposta puntiforme) che parta da uno dei quattro angoli con un'inclinazione di 45 gradi rispetto ai bordi e si fermi sulla quarta sponda (cioè dopo aver toccato una volta tutti e quattro i lati del biliardo).

- (A)  $2\sqrt{2} \text{ m}$
- (B) 3 m
- (C)  $(2 + \sqrt{2}) \text{ m}$
- (D)  $3\sqrt{2} \text{ m}$
- (E) 4 m

8. Per percorrere un tratto di strada, un'auto che va a velocità  $v$  (costante) impiega un tempo  $t$ .

- (A) Se la velocità diminuisce del 10% il tempo aumenta del 10%,  
e se la velocità aumenta del 10% il tempo diminuisce del 10%
- (B) Se la velocità diminuisce del 10% il tempo aumenta più del 10%,  
e se la velocità aumenta del 10% il tempo diminuisce più del 10%
- (C) Se la velocità diminuisce del 10% il tempo aumenta meno del 10%,  
e se la velocità aumenta del 10% il tempo diminuisce meno del 10%
- (D) Se la velocità diminuisce del 10% il tempo aumenta più del 10%,  
e se la velocità aumenta del 10% il tempo diminuisce meno del 10%
- (E) Se la velocità diminuisce del 10% il tempo aumenta meno del 10%,  
e se la velocità aumenta del 10% il tempo diminuisce più del 10%

9. Si lanciano tre dadi, si elimina il punteggio più basso e si sommano gli altri due.  
Il risultato più probabile è:

- (A) 6
- (B) 7
- (C) 8
- (D) 9
- (E) 11

10. Dato un triangolo, rettangolo ma non isoscele, si costruisca il suo simmetrico rispetto alla retta su cui giace la mediana uscente dall'angolo retto. Quanti fra i seguenti sei elementi o misure hanno in comune i due triangoli?

Area, perimetro, cerchio inscritto, cerchio circoscritto, ortocentro, baricentro.

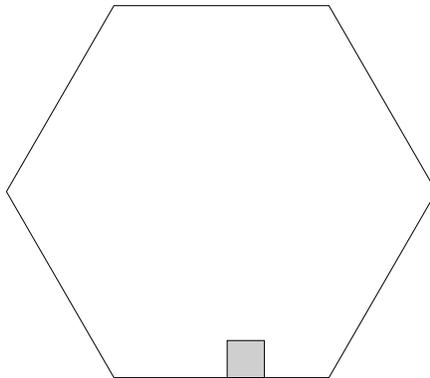
- (A) 2
- (B) 3
- (C) 4
- (D) 5
- (E) 6

11. Qual è il valore minimo assunto dalla seguente espressione?

$$|x - 23| + |x - 14| + |x + 4| + |x - 20| + |x - 1| + |x + 13|$$

- (A) 41
- (B) 73
- (C) 75
- (D) 80
- (E) 82

12. La stanza di Matteo ha la pianta a forma di esagono regolare, con le pareti lunghe 5 metri. Appoggiato sul pavimento c'è uno scatolone cubico, di spigolo 1 metro, con una faccia addossata ad una parete, come mostrato in figura.



Matteo fa questo gioco: facendo scorrere lo scatolone sulla parete, e lasciandolo sempre appoggiato al suolo, trascina lo scatolone lungo tutto il perimetro della stanza. Quando incontra uno spigolo verticale della stanza, Matteo fa combaciare lo spigolo dello scatolone con quello del muro, quindi ruota lo scatolone in modo da addossare alla parete la faccia adiacente a quella che prima era addossata al muro.

Quando Matteo avrà completato il giro, quale sarà l'area del pavimento spazzata dallo scatolone?

- (A)  $(21 + \pi) \text{ m}^2$
- (B)  $(24 + \pi) \text{ m}^2$
- (C)  $(27 + \pi) \text{ m}^2$
- (D)  $(30 + \pi) \text{ m}^2$
- (E)  $(32 + \pi) \text{ m}^2$

**13.** Una funzione  $F$  che associa ad ogni intero un intero soddisfa l'identità

$$F(x + F(y)) = F(x) + y$$

per ogni coppia di interi  $x$  e  $y$ . Inoltre si sa che  $F(13) < 0$ . Cosa si può dire di  $F(2008)$ ?

- (A) Non può essere determinato con certezza, ma è sicuramente positivo
- (B) Non può essere determinato con certezza, ma è sicuramente negativo
- (C) Vale sicuramente 2008
- (D) Vale sicuramente  $-2008$
- (E) Vale sicuramente 0

**14.** Le età di Mario, Paolo e Luca corrispondono a tre numeri primi differenti tra loro, e tra il più piccolo e il più grande ci sono esattamente 8 anni. Quale delle seguenti età *non* può certamente avere nessuno dei tre?

- (A) 19
- (B) 41
- (C) 17
- (D) 37
- (E) 53

**15.** Quanti sono i numeri di sette cifre, con cifre diverse da 0 e diverse tra di loro, che hanno le cifre disposte in ordine crescente? (Due esempi sono i numeri 1345789 e 2356789.)

- (A) 21
- (B) 27
- (C) 32
- (D) 36
- (E) 39

**16.** Una delle sezioni di un tetraedro regolare di spigolo lungo 6 cm è un quadrato. Determinare l'area di tale sezione. (Per sezione di un solido si intende la sua intersezione con un piano.)

- (A)  $9 \text{ cm}^2$
- (B)  $12 \text{ cm}^2$
- (C)  $16 \text{ cm}^2$
- (D)  $18 \text{ cm}^2$
- (E) Esistono sezioni quadrate di area diversa